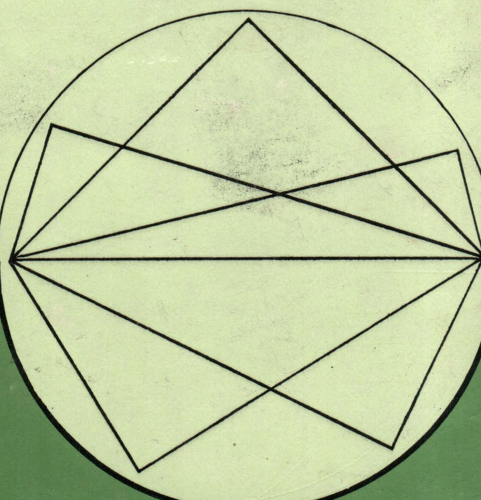
هنری م . نیلی

مثلثها

ترجمهٔ

ابوالقاسم قربانی



شرکت انتشارات علمی و فرهنگی

مثلثها

تألیف

هنری م. نیلی

ترجمهٔ

ابوالقاسم قربانی

شرکت انتشارات علمی و فرهنگی

۱۴۰

چاپ اول ۱۳۴۸

چاپ دوم ۱۳۶۵

شرکت انتشارات علمی و فرهنگی

وابسته

وزارت فرهنگ و آموزش عالی

سه هزار نسخه از این کتاب درچاپخانهٔ شرکت انتشارات علمی و فرهنگی چاپ شد.

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحیم

فَبَشِّرْ عِبادِالَّذینَ یَسْتَمِعُونَ الْقَوْلَ فَیَتَّبِعُونَ اَحْسَنَه أُوْلٰئِکَ الَّذِینَ هَدیٰهُمُ اللّهُ وَأُوْلٰئِکَ هُمْ أُوْلُوا الأَلْبٰابْ.

پس بشارت ده بندگان مرا، آنان که سخن را می شنوند و بهترینش را پیروی می کنند، آنان کسانی هستند که خدای هدایتشان کرده و خردمندان هم آنانند.

فهرست مندرجات

صفحه

هر لحظه با مثلثها (سروکار داریم)

اول : **چرا هرکس باید کتابی دربارهٔ مثلثها بنویسد ؟**

دوم : **مثلثها به‌چه‌کار می‌آیند ؟**

سوم : **چه‌کسی (جزمعلمان ریاضی) فکرمی‌کندکه‌مثلثهامهم‌هستند؟**

عقیده‌ای است قدیمی که می‌گویند چینیها همیشه از آخر استدلال می‌کنند . ممکن است این عقیده صحیح نباشد اما در بعضی موارد این روش برای حل مسائل‌بسیار مفید است وما آن‌را دراینجا به‌کار می‌بندیم .

ابتدا به‌سؤال سوم جواب می‌دهیم و این به‌ماکمك خواهدکرد که جواب سؤال دوم را بیابیم و این به‌نوبهٔ خود جواب سؤال سوم را به‌ما خواهد داد .

سؤال‌سوم‌این‌است : چه کسی‌فکر می‌کند که‌مثلثها مهم‌هستند؟ و جواب آن این است : « شما خود چنین فکر می‌کنید » .

ممکن‌است شما این‌را درك نکنید اما بدون‌مثلثها زندگی‌شما بسیار ناراحت خواهد بود .

گذشته از این شما درحل مثلثها متخصص هستید وچنان دراین کار تخصص دارید که مدام بدون اینکه در بارهٔ آن فکر کنید آن را انجام می‌دهید .

هنگامی‌که بیدار هستید درحالی‌که چشمان شما بازاست و به‌چیزی‌نگاه می‌کنید ، سرگرم حل‌کردن[1] مثلثها هستید .

اگر این گفته موجب‌تعجب شما می‌شودحق دارید که دلیل‌آن را بپرسید . پس بگذارید آن را ثابت کنیم .

به‌نقطه‌ای که در پایان این جمله می‌گذاریم نگاه‌کنید .

بـه‌محض اینکه این نقطه را واضح دیدید یك مثلث را حل کرده‌اید . این کار را با یك ماشین حساب الکترونی انجام می‌دهید که جواب را زودتر از دقیق‌ترین ابزارهایی‌که ساختهٔ دست بشراست به‌شما می‌دهد .

شماهرجا بروید همیشه این‌ماشین حساب‌را همراه خود دارید و حمل آن موجب زحمتی نیست .

هنگامی که‌نقطهٔ پایان جمله را روشن می‌بینید ماشین حساب الکترونی ـ اندازه‌گیری مثلث ـ شما کارشگفت‌انگیزی را به‌پایان رسانیده است بدون آنکه به‌اندازهٔ فشردن یك تکمه اسباب زحمت

۱ ـ مقصوداز‌حل کردن‌مثلث حساب کردن‌اندازهٔ زوایا وطول‌اضلاع آن‌است(مترجم)

شما بشود .

اکنون این کار را مرحله به‌مرحله تجزیه می‌کنیم :

۱ــ چشم راست شما به‌نقطه نگاه کرد وزاویهٔ مابین دوخط را حساب کرد یکی خطی که از چشم راست شما به‌نقطه وصل می‌شود و دیگری خطی که چشم راست را به‌چشم چپ می‌پیوندد .

۲ــ چشم چپ شما نیز زاویهٔ مابین دو خط را حساب‌کرد یکی خطی که از چشم چپ شما به‌نقطه می‌پیوندد و دیگری خطی که دو چشم را به‌هم وصل می کند .

۳ــ هر دو چشم اندازه‌ها را به‌مغز شما که همان ماشین حساب الکترونی شما است فرستادند .

٤ــ مغز شما فوراً به‌وسیلهٔ «مدار حافظهٔ» خود فاصلهٔ مابین دو چشم را گرفت و سپس :

(الف) این فاصله را قاعده قرارداد و زاویهٔ مذکور را با آن تشکیل داد[1] .

(ب) فاصلهٔ مابین قاعده ونقطه را حساب کرد.

(ج) این مقدار معلوم را به‌اطلاع اعصاب چشمها رسانید .

(د) به‌آنهاتعلیم دادکه‌کانون عدسیهای خودرا به‌فاصلهٔ صحیح طوری میزان‌کنندکه شما بتوانید تصویر کاملاً روشنی ازنقطه به‌دست

۱ــ یعنی مثلثی ساخت‌که فاصلهٔ مذکور قاعدهٔ آن و دو زاویهٔ مزبور دو زاویهٔ مجاور به‌قاعدهٔ‌آن هستند (مترجم)

آورید .

اما مهمترین قسمت این‌جریان همان مقدار معلومی بود که‌در مدار حافظهٔ ماشین حساب شما ذخیره شده است .

این‌همان فاصلهٔ معلوم مابین‌چشمان شما است‌که البته برحسب اینچ یا سانتی‌متر نیست‌بلکه برحسب‌واحد اندازه گیری است‌که‌مغز شما همهٔ فواصل را با آن می‌سنجد .

تنها معلوم بودن دوزاویه ، بدون دانستن طول صحیح قاعده ، اطلاعی نبودکه کافی باشد . مغز نمی‌توانست دستور صحیح برای‌اعصابی که مأمور کانون گیری چشمها هستند بفرستد .

آیا تاکنون کودك کوچکی را دیده‌اید که تقلا و سعی کند که انگشت مادر خود را بگیرد ؟

وی این‌کار را خوب انجام نمی‌دهد .

کودك در حول و حوش امتداد انگشت جستجومی‌کند و دست کوچکش را دراطراف آن به‌حرکت درمی‌آورد تابالاخره حس‌لامسهٔ او کار را تمام‌کند .

عیب‌کار این‌است که‌کودك با ماشین حسابی‌کار می‌کند که‌هنوز کاملاً روبراه نشده است .

چشمان‌کودك می‌توانند زاویه‌هارا نسبتاً خوب اندازه بگیرند وبه‌همین علت‌کودك قادر است‌که حول‌وحوش انگشت‌را تشخیص‌دهد.

اما چشمان‌کودك نمی‌توانند به‌فاصلهٔ صحیح کانون گیری کنند

زیرا مدارحافظهٔ مغز وی هنوز مهمترین مقدار معلوم یعنی طول خط قاعده را نیندوخته است .

دو زاویه برای حل یك مثلث کافی نیست .

باید دست‌کم طول یك ضلع را نیز داشته باشید .

وقتی از « حل کردن » یك مثلث گفتگو می کنیم مقصود روش پیدا کردن اندازه‌های سه زاویه و طولهای سه ضلع مثلث است .

این موضوع علم مثلثات است. مثلثات را به انگلیسی Trigonometry می‌گویند .

همانگونه که اگر چیزی در بارهٔ پدر و مادر و پدربزرگ و مادر بزرگ و اجداد مردی بدانیم این اطلاع گاهی برای فهمیدن و شناختن آن‌مرد به‌ما کمك‌می‌کند همچنین اگر دربارهٔ اصل ونسب یك‌کلمهٔ ناآشنا چیزی بدانیم این دانستن در فهمیدن و به‌یادآوردن آن کلمه به‌ما یاری خواهد کرد .

درزبان‌یونانی‌قدیم گوشه یا زاویه را gonia می‌گفتند و tri یعنی « سه » به‌این ترتیب trigonon یعنی «مثلث» . metron یعنی « اندازه گرفتن » و از ترکیب trigonon و metron اصطلاح Trigonometry به‌وجود آمده است .

علم مثلثات یعنی علم اندازه‌گرفتن یا حل کردن مثلثها .

خودتان آن را ثابت کنید

هر مثلث البته سه‌ضلع وسه زاویه دارد.

برای حل کردن یك‌مثلث بایدهمانگونه که قبلاً گفتیم سه‌مقدار معلوم داشته باشیم **ولااقل یکی ازاین‌سه‌مقدار معلوم باید طول یك‌ضلع باشد.**

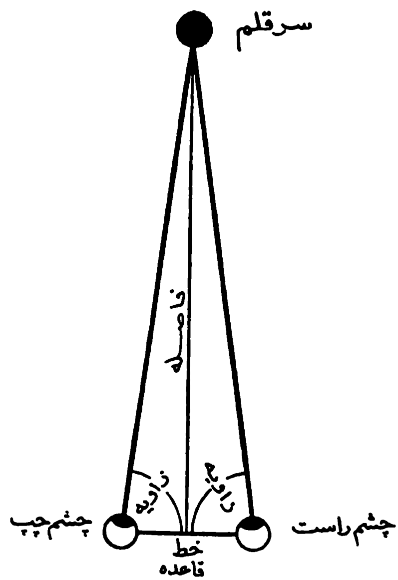
هنگامی که به‌نقطه نگـاه می‌کردید چشمان شما دو زاویه را اندازه می‌گرفتند ومدارحافظهٔ مغزشماطول یك ضلع یعنی فاصلهٔمابین دو چشم شما را بـه‌دست می‌داد . پس شما سه مقدار معلوم لازم را در اختیار داشتید .

اگر خط قاعده و فقط یك زاویه را داشتید این‌کافی نبود .

می‌توانیم این‌را به‌وسیلهٔ تجربه‌ای‌که جالب‌توجه بلکه سرگرم کننده است نشان‌دهیم .

در این تجربه خط قاعده یعنی فاصلهٔ مابین دوچشم شما که در مدارحافظهٔ مغزتان اندوخته شده است به‌شما داده‌می‌شود اما فقط یك

زاویه بر ایتان معلوم می‌باشد و ثابت می‌شود که یك خط و یك‌زاویه کافی نیستند. تجربه از این‌قرار است.



شکل ۱

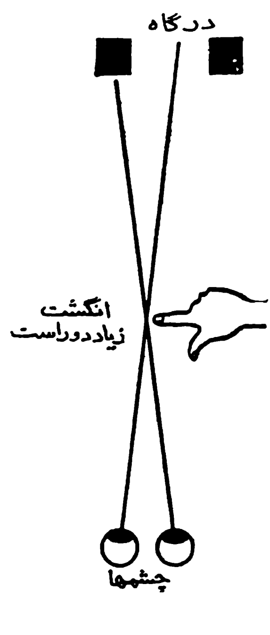
شماومن روبه‌روی یکدیگر دردوطرف‌متقابل یك‌میز می‌نشینم. من از شما می‌خواهم که چشمانتان را ببندید و نگاه نکنید که من چه می‌کنم.

وقتی‌چشمان شما بسته است من ازجیب‌خود یك قلم‌خودنویس بیرون می‌آورم و سرپوش آن را باز می‌کنم و به‌شما می‌دهم.

سپس‌من خودنویس‌را درفاصلهٔ تقریباً ۶۰سانتیمتری‌شما طوری

می‌گیرم که سر آن رو به بالا و ته آن روی میز باشد شما حالا باید دستتان را روی یك چشمتان بگذارید به‌طوری‌که با آن چشم نبینید. با چشم بازتان به‌قلم خودنویس نگاه کنید و سعی کنید که سرپوش خودنویس را بدون تجسس‌کردن (کورمالی کردن) روی خودنویس بگذارید .

اگر پس از پنج یا شش بار آزمایش بتوانید این کار را انجام دهید خوش‌شانس هستید اشکال کار در آن است که مغز شما فقط یك زاویه دارد که باید آن را روی قاعده قرار دهد و این کافی نیست و بنابراین مغز شما نمی‌تواند به‌چشم شما کانون‌گیری در فاصلهٔ صحیح



شکل ۲

را فرمان دهد .

هر دو چشم خود را بازکنید تا دو زاویهٔ به‌علاوهٔ خط قاعده را به‌شما بدهند وخواهیدتوانست سرپوش‌را به‌آسانی روی‌قلم بگذارید.

با این حال فرض‌کنید که بخت شما یار بوده و از عهدهٔ گذاشتن سرپوش قلم روی آن در همان آزمایش اول که یك چشمتان باز بود بر آمده باشید . کاملاً حق دارید که بگویید « این هیچ مطلبی‌را در بارهٔ مثلثها به‌ثبوت نمی‌رساند » .

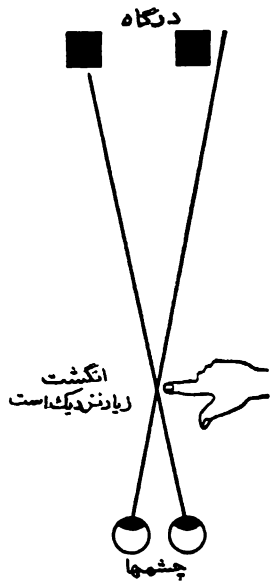
بسیار خوب تجربهٔ دیگری‌را آزمایش می کنیم .

دراین تجربه شما باید مستقیماً روبه‌روی یك‌در یا یك پنجره بنشینید .

انگشت سبابهٔ خود را جلوی خود بگیرید . چشم چپتان را ببندید و انگشت خودرا به‌این طرف وآن طرف حرکت دهید تاچشم راست شما انگشتان را درست با ضلع چپ چارچوب در روی یك‌خط ببیند . بازبدون‌آنکه انگشت خودرا حرکت دهید چشم راست خود را ببندید وبا چشم‌چپ به‌انگشت و درنگاه کنید فرض‌کنیدکه‌نمودار صفحهٔ ۱٦ را به‌دست آورید. با چشم چپ که نگاه کنید انگشت شما تقریباً باضلع راست چارچوب درکمی فاصله دارد . معنی‌این آن‌است که انگشت شما زیاد از چشمانتان دور است .

انگشت خودرا نزدیکتر بگیرید ودرحالی‌که متناوباً یك‌چشم را می‌بندید از نو آزمایش کنید . فرض کنید که نتیجه شبیه نمودار

زیر باشد باچشم‌چپ‌که نگاه‌کنید انگشت شما زیاد دوراز طرف‌راست



شکل ۳

چارچوب به‌نظر می‌آید . انگشت خود را زیاد نزدیك گرفته‌اید .

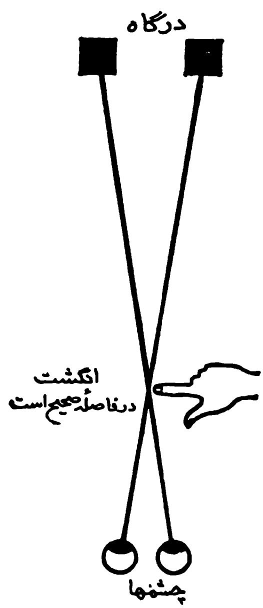
عمل را ادامه دهید . چشمان خودرا بازوبسته کنید و انگشت خود را حرکت دهید ودور و نزدیك کنید تادرست انگشت‌شما عرض در را بپوشاند این را در نمودار صفحهٔ ۱۹ نشان داده‌ایم .

اکنون وقتی چشمان خود را بـاز می‌کنید و می‌بندید چنین به‌نظرتان می‌آید که انگشتتان از یك طرف چارچوب به‌طرف دیگر آن به‌جلو و عقب می‌جهد .

به‌این‌ترتیب «اختلاف‌منظر» انگشت خودرا اندازه‌گرفته‌اید. اختلاف منظر را به‌انگلیسی Parallax می‌گویند.

احیاناً این لغت به‌نظر عده‌ای از شما عجیب می‌آید. اما اگر اصل و نسب آن‌را بدانیم‌بهتر آن‌را می‌فهمیم. کلمهٔ‌انگلیسی Parallax ازکلمهٔ یونانی para که به‌معنی «دورتر» می‌باشد وکلمهٔ‌یونانی دیگر allassein که به‌معنی «تغییر دادن» یا «عوض کردن» است ترکیب شده است.

بنابراین اختلاف منظر یعنی «با فاصله عوض کردن» و دیدیم که چگونه این عمل انجام می‌شود.



شکل ٤

چشمك زدن به‌ماه

ممکن است شما اینطور تصور کنید که آنچه تا کنون انجام داده‌ایم یك نوع بازی و سر گرمی بوده است ولی حقیقت آن است که ارزش کاری که کرده‌ایم بسیار بیش از این است.

تجربه‌ای که بابستن وباز کردن چشمانمان درحین نگاه‌کردن به‌انگشت انجام‌دادیم استدلال روشنی از یکی‌از پرارزش‌ترین روشهایی است که در علم به‌کار می‌رود.

وقتی که ازدر گاه‌استفاده‌کرده‌جهش انگشت‌را اندازه‌می‌گرفتیم برای تخمین زدن مقدار جهش فقط دو نقطه در برابر انگشت خود داشتیم و این دونقطه کناره‌های چارچوب در بود.

اما فرض کنید که به‌جای آنکه دو کنار چارچوب‌را مورداستفاده قرار دهیم خط‌مدرجی داشته باشیم‌که بافواصل‌متساوی وکاملاً نزدیك به‌هم درجه‌بندی شده باشد وحتی می‌توانیم این‌درجات‌را نمره‌گذاری

شده فرض کنیم همانطور که‌روی یك خط کش‌مدرج اینچها و نیم اینچها و ربع اینچها شماره‌بندی شده‌اند.

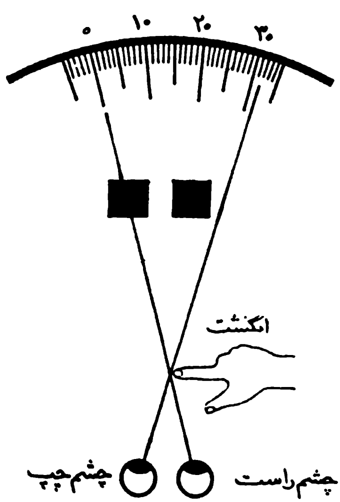
دراینصورت می‌توانیم جهش انگشت‌را به‌دقت اندازه بگیریم.

با چشم راست نگاه می‌کنیم و شماره‌ای ازخط مدرج را که با انگشت ما روی یك خط است یادداشت می کنیم . فرض‌کنید که این شماره درست صفر درجه‌بندی خط مدرج باشد .

سپس از چشم چپ استفاده‌کرده شماره را یادداشت می‌کنیم .

تفاوت‌این دوشماره درست‌اندازهٔ پرش انگشت‌را به‌ما می‌دهد.

نمودار زیر نشان می‌دهد که چگونه این عمل انجام‌پذیر است .



شکل ۵

و این درست همان‌کاری است که منجمان با «انگشتان» ناظر

خود در آسمان انجام می‌دهند. به‌جای درگاه که ما به‌کار بردیم آنان هزاران ستارهٔ بی‌شمار دارند و فاصلهٔ مابین ستارگان در طول سالیان دراز به‌دقت اندازه گرفته شده است.

به‌این ترتیب ستارگان به‌منزلهٔ خط کش مدرج مادرمقابل‌درگاه به‌کار می‌روند.

نزدیکترین شیء نجومی به‌ماکرهٔ ماه است وچون‌ماه درزندگی روی کرهٔ زمین تأثیرات فراوان دارد شناختن فاصلهٔ دقیق آن در هر یك از نقاط مدارش در حول زمین مهم است.

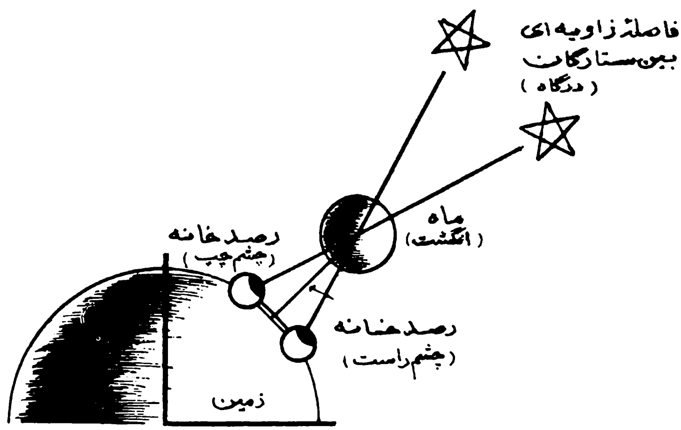
برای منجمان ماه به‌منزلهٔ «انگشت» در تجربهٔ ما است. ستارگان به‌منزلهٔ درجه‌های شماره گذاری شدهٔ روبروی درگاه و دو رصدخانه به‌منزلهٔ چشمان راست و چپ ما هستند. این دو رصدخانه بر طبق یك قرار قبلی در یك موقع معین از ماه در مقابل ستارگان عکس برمی‌دارند. شکل ٦ چگونگی این عمل را نشان می‌دهد.

رصدخانه‌ها اگر بخواهند وضعشان‌بسیارعالی باشدباید درجهت شمال جنوب یکدیگرواقع‌باشند ولی درهرصورت‌فاصلهٔ صحیح‌مابین آنها را می‌توان حساب‌کرد.

عکاسان یك‌رصدخانه ــ چشم راست ــ عکس ماه را در نزدیکی ستارهٔ معینی‌برمی‌دارند وعکاسان‌رصدخانهٔ دیگر ــ چشم‌چپ ــ عکس آن را در مجاورت ستارهٔ معلوم دیگری می‌گیرند.

در زیر یك میکروسکپ و با یك ماشین اندازه گیری دقیق

می‌توان «جهش» دو وضع ماه را در بین‌ستارگان بادقت اندازه‌گرفت



شکل ٦

و چون زاویه‌های بین ستارگان معلوم هستند منجمان خط قاعده و دوزاویه را دارند و این برای حل مثلث کافی است .

اگر از دریچه دیگری به‌این‌مطلب نگاه کنیم این همان‌روشی است که در تجربهٔ اول که درصفحهٔ ۱۰ گفتیم ماشین حساب الکترونی مغز شما هنگامی که به‌نقطه نگاه می‌کردید انجام داد .

چشمك زدن فنا ناپذیر کپلر

نخستین بار منجم آلمانی یوحنا کپلر[۱] در سال ۱۶۰۰ سه‌قانون اصلی را که در حرکات همهٔ سیارات در حول خورشید و همهٔ اقماریا ماهها در حول سیارات حکمفرما هستند کشف کرد .

۱- Johannes Kepler

کپلر موقعی این قوانین را کشف کرد که سعی می کرد فاصلهٔ مریخ را از خورشید پیدا کند و بالاخره وی این مسأله را به‌وسیلهٔ تفسیر خـاص خودش از روشی که ما چشمك زدن به انگشت نامیدیم حل کرد .

دو «چشم» کپلر دو وضع‌مختلف زمین درمدارش حول‌خورشید وکرهٔ مریخ به‌منزلهٔ انگشت وستارگان فاصله‌دار به‌منزلهٔ درجه‌های خط‌کش مدرج ما در مقابل درگاه بود .

باید به‌خاطر بیاوریم‌که درزمان کپلر هیچکس این اندازه‌هارا برحسب میل (یاکیلومتر) حساب نمی‌کرد زیرا در آن زمانها کسی کوچکترین تصویری از اینکه همین ماه که درنزدیکی ما است چند میل تا ما فـاصله دارد نداشت . سؤالی که کپلر در جستجوی جواب آن‌بود عبارت‌بود از : درمقام مقایسه بافاصلهٔ‌متوسط زمین ازخورشید فاصلهٔ مریخ چند برابر این فاصله است ؟ آیا دو برابر این فـاصله است ــ سه برابر این فاصله است ؟ تـا آنجا که کپلر توانست حساب کند این فاصله یك برابر ونیم فاصلهٔ زمین تـاخورشید بود .

به‌جای آنکه فوت یا یارد یا میل‌را واحد اندازه‌گیری بگیرد وی فـاصلهٔ زمین را از خورشید واحد می‌گرفت و توجهی به‌اینکه این واحد چند میل است نمی‌کرد .

امروزه منجمان این‌فاصله را به‌عنوان واحد اندازه‌گیری‌همهٔ کرات منظومهٔ شمسی‌به‌کار می‌برند وآن‌را « واحدنجومی » می‌نامند

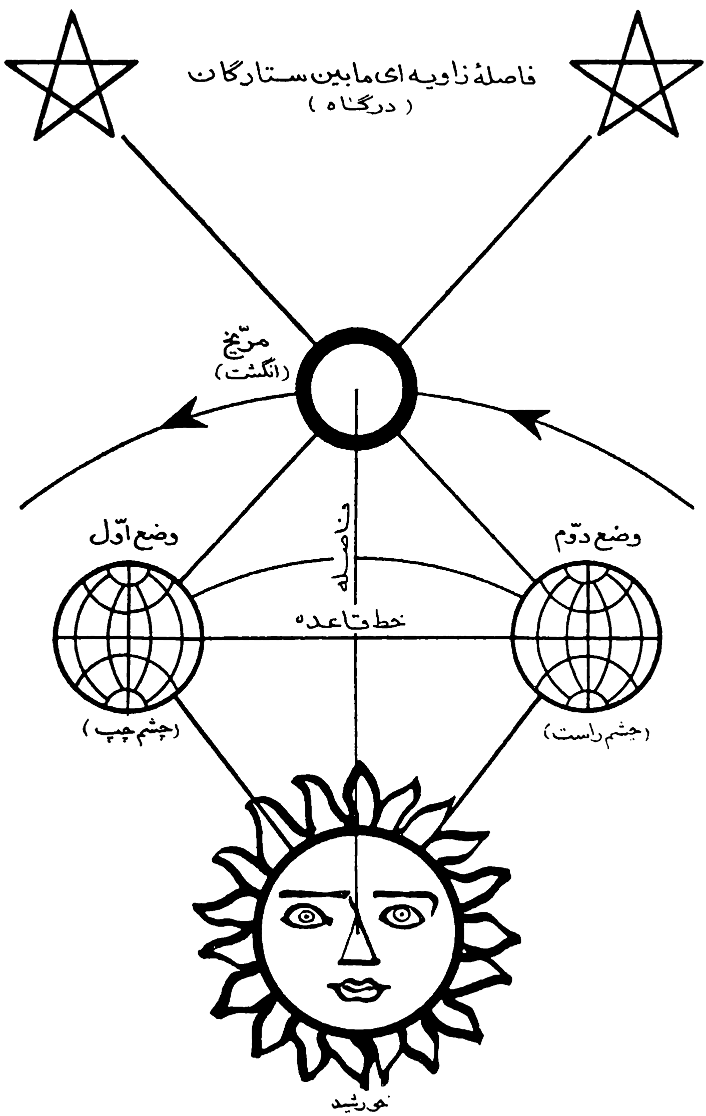
و می‌دانند که در حدود ۹۳٫۰۰۰٫۰۰۰ میل است .

کپلر مانند همهٔ دانشمندان معاصر خود عقیده داشت که مدار زمین و سیارات درحول خورشید دایره‌های کامل هستند . پس به‌نظر اوفاصلهٔ زمین ازخورشید همان‌شعاع دایرهٔ مدار زمین وفاصلهٔمریخ از خورشید شعاع مدار خودش بود . مسأله این بود که شعاع مدار مریخ‌چند برابر شعاع‌مدار زمین‌است . کپلر تودهٔ انبوهی ازرصدهای ثبت‌شده که‌توسط‌منجم بزرگ قرن‌شانزدهم‌یعنی‌تیکوبراهه[1] دانمارکی انجام یافته بود دراختیار داشت وخود تیکوبراهه بسیار به‌کرهٔ مریخ توجه‌کرده‌بود . رصدهای‌طولانی نشان داده‌بودند که مریخ مدار خود را در حول خورشید در ۶۸۷ روز می‌پیماید . به‌عبارت دیگر در هر ۶۸۷ روز مریخ درهمان وضعی درفضا قرار می‌گرفت که در ۶۸۷روز قبل قرار داشته و در ۶۸۷ روز بعد نیز قرار خواهد داشت .

به‌نمودار صفحهٔ بعد که درآن مریخ به‌منزلهٔ انگشت محسوب می‌شود نگاه کنید و استدلال کپلر را تعقیب نمایید . در هر تاریخ کپلر می‌توانست وضع ثبت شدهٔ مریخ را در میان ستارگان همانگونه که تیکو اندازه‌گرفته بود پیدا کند و سپس می‌توانست به‌وضع ثبت شدهٔ ۶۸۷ روز بعد آن بنگرد .

هر اختلافی‌که‌در وضع‌مریخ دیده‌می‌شدمولود اختلاف اوضاع زمین بود زیرا مریخ در یك نقطهٔ واحد در فضا قرار داشت . در این

۱- Tycho Brahe



فاصلهٔ زاویه ای مابین ستارگان
(درگاه)
مرّیخ
(انگشت)
وضع اوّل
وضع دوّم
فاصله
خط قاعده
(چشم چپ)
(چشم راست)
خورشید

شکل ۷

موردمریخ به‌منزلهٔ انگشت ودومکان زمین به‌منزلهٔ دوچشم‌وستارگان به‌منزلهٔ خط مدرج در مقابل درگاه حساب می‌شد .

اما ۶۸۷ روز۴۳ روز کمتر از دو سال است . معنی‌این آن‌است که خط قاعده مابین دو «چشم» قوسی از دایرهٔ مدار زمین است که زمین در۴۳ روز می‌پیماید . کپلر می‌توانست این‌را حساب‌کند وارقام ثبت شدهٔ تیکو به‌وی‌امکان می‌دادکه معین کند که مریخ چه‌فاصله‌ای در مقابل ستارگان جهش می کند . چون کپلر معتقد بود که همهٔ مدارات دایره هستند منتظر بود که هر یك از محاسباتش یك فاصلهٔ واحد یعنی شعاع دایرهٔ مدار مریخ را به‌دست وی دهند .

اما نتیجه چنین نبود . فاصلهٔ مریخ از خورشید به‌طور مداوم صعود یا نزول می‌کرد و تفکر و اندیشه کردن دربارهٔ همین معمابود که کپلر را به‌این کشف شگفت‌انگیز هدایت کرد که مدار سیارات دایره نیستند بلکه بیضی می باشند .

هر بیضی تقریباً شبیه دور تخم مرغ یا شبیه دایره‌ای است که یکی از قطرهای‌آن کشیده‌تر از قطرهای‌دیگرش باشد . دربارهٔبیضی وتعریف «فاصلهٔ‌متوسط» درصفحات۱۳۰ تا۱۳۸ با تفصیل‌بیشتری بحث کرده‌ایم .

امروزه منجمان همان بازی‌چشمك زدن مارا برای دست‌یافتن به‌اعماق‌پهناورفضا به‌کارمی‌برند وفواصل‌ستارگان‌را اندازه می‌گیرند.

در این عمل منجمان دو «چشم» دارند که تا آنجا که فراهم

آوردن وسیلهٔ آن برای بشر امکان‌پذیر است ازهم دور هستند . این دو چشم دو نقطه از مدار زمین هستند که شش ماه با هم فاصله دارند. به‌عبارت دیگر دوانتهای قطر مدار زمین هستند و این قطر درحدود ۰۰۰ر۰۰۰ر۱۸۶ میل است .

انگشت در اینجا ستاره‌ای است که می‌خواهیم فـاصلهٔ آن را پیدا کنیم و درگاه و فضای مدرج آن عبـارت است از میدان وسیع ستارگان‌درآسمان‌در پشت‌ستاره‌ای که‌به‌منزلهٔ‌انگشت‌محسوب‌می‌شود.

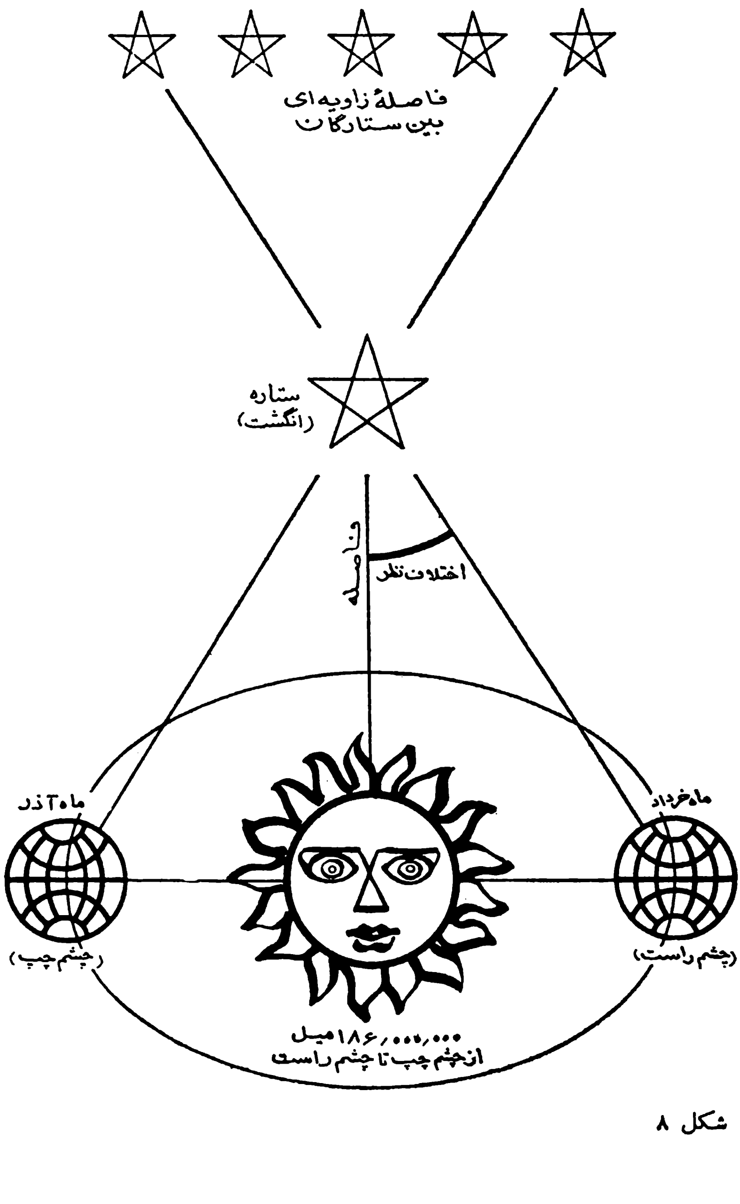
در نمودار صفحهٔ ۲۹ زاویه بین ستـاره (انگشت) و دو وضع زمین (چشمها) فوق‌العـاده بزرگتر از مقدار واقعی رسم شده‌اند . مقصود ازاین نمودار فقط‌نشان دادن‌روشی است که درمحاسبهٔ‌اختلاف منظر به‌کار می‌رود . اگر می‌خواستیم این نمودار را تـا اندازه‌ای با دقت رسم‌کنیم که حتی فقط زوایای نزدیکترین ستاره را نشان دهد ارتفاع آن ۰۰۰ر۱۳۸ بار بیش ازعرض آن می‌شد !

تاریخ‌قدیم‌گزارش جالب‌توجه‌تری ازروایت دیگری ازانگشت چشمك زن ما بیان می کند . آن را برای اولین محاسبهٔ ابعاد زمین که به‌طور کامل مستدل بود به‌کار بردند .

این‌کار توسط اراتستن[1] که منجم بزرگی از اهل اسکندریه‌در مصر بود بیش از دویست سال قبل از میلاد مسیح صورت‌گرفت .

اراتستن‌می‌دانست‌که درزمان‌انقلاب صیفی‌که درآخرخردادماه

۱– Eratosthenes



فاصلهٔ زاویه‌ای
بین ستارگان
ستاره
(انگشت)
فاصله
اختلاف نظر
ماه آذر
ماه خرداد
(چشم چپ)
(چشم راست)
۱۸۶,۰۰۰,۰۰۰ میل
از چشم چپ تا چشم راست

شکل ۸

است وقتی که خورشید در موقع ظهـر به‌بلندترین نقطـهٔ ممکن در بالای افق می‌رسد اشعهٔ آن مستقیماً به‌ته‌عمیقترین چاههـا در برج اسوان[۱] (که سد بزرگ آسوان کنونی در مجاورت آن است) می‌تابند و ساختمانها و مردم و ستونها روی زمین سایه نمی‌اندازند.

با وجود این در همان لحظه ستون سنگی[۲] اسکندریه سایه‌ای داشت.

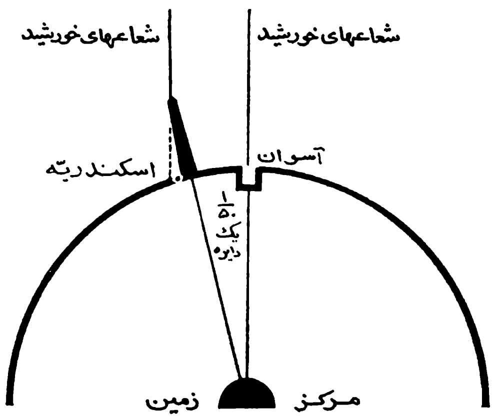
واضح بود که در آن روز خورشید ظهر در آسوان مستقیماً در بالای سر بود ولی در اسکندریه مستقیماً در بالای سرقرار نداشت.

اراتستن یکی ازدانشمندان زمان خودبود که عقیده داشت که زمین کروی است و آن‌گونه که بیشتر مردمان فکر می‌کردند مسطح نیست.

او دلیل می‌آورد که سطح منحنی کرهٔ زمین می‌تواند تفـاوت مابین ارتفاع خورشید را آنطورکه در اسکندریه و در آسوان دیده می‌شد بیـان و توجیه کند. بدین‌ترتیب به‌روایتی که او از تجربهٔ ما داشت آسوان و اسکندریه به‌منزلهٔ دوچشم بودند وخورشید به‌منزلهٔ انگشت بـود. اما اراتستن بـایستی مسأله را به‌طریق قهقرایی حل می‌کرد. وی فکر می کردکه می‌تواند فاصلهٔ مابین دوچشم را به‌دست آورداما زاویه‌ای‌که می‌خواست پیدا کندزاویه‌ای بود که در مرکز زمین مـابین دوخط فرضی تشکیل می‌شد یکی شعاع زمین که به‌یك

۱- Syene ۲- Obelisk

چاه در آسوان منتهی می‌شد و دیگری شعاعی که به‌یك ستون سنگی در اسکندریه می‌پیوست (به‌نمودار نگاه‌کنید) .



شکل ۹

وی فاصلهٔ خورشید را از سمت‌الرأس اسکندریه یك پنجاهم دایره یافت وچنین استدلال کرد که فاصلهٔ مابین آسوان تا اسکندریه یك‌پنجاهم دایرهٔ (محیط) کرهٔ زمین‌است . پایهٔ این‌کار براین‌عقیده استوار بود که آسوان و اسکندریه در شمال و جنوب یکدیگر قرار گرفته‌اند . در واقع این کاملاً درست نیست و زاویهٔ حاصل کمی در نتیجه اختلاف دارد .

بازهم با وجوداین فقدان دقت مطلق مورخانی که در ارقام‌ثبت شده جستجو کرده‌اند دیده‌اند که وی بـه‌وجه شگفت‌آوری بزرگی کرهٔ زمین را نزدیك آنچه امروزه می‌دانیم یافته است .

مثلثها مفیدند

مطلب دومی که در آغاز کتاب پرسیده شده بود این بود :

« مثلثها به‌چه‌کار می‌آیند ؟ »

مورد استعمال نجومی مثلثها قسمتی از جواب است . اما ممکن است شما به‌نجوم علاقه نداشته باشید وجوابی مربوط به‌زندگی عملی روزمره بخواهید .

کشتیرانان و خلبانان در دریا و در هوا **سدس** (سکستان) خود را برای اندازه‌گیری مثلثهایی که وضع آنها را معلوم می کند به‌کار می‌برند. کشتیرانی که دور ازساحل‌است سمتهای (زاویه‌های‌سمت) فانوسهای دریایی وراهنماهای‌شناور نشانه‌های مرزی را مورداستفاده قرار می‌دهد تا موقع و محل خود را معین‌کنند .

متصدیان رادیو درکشتی زوایارا به‌وسیلهٔ جهتیابهای رادیویی یا رادیوهایی که در برج دیده‌بانی در ساحل است اندازه می گیرند و

به‌کمك آن وضع و مکان کشتی را ممکن است معین‌کرد .

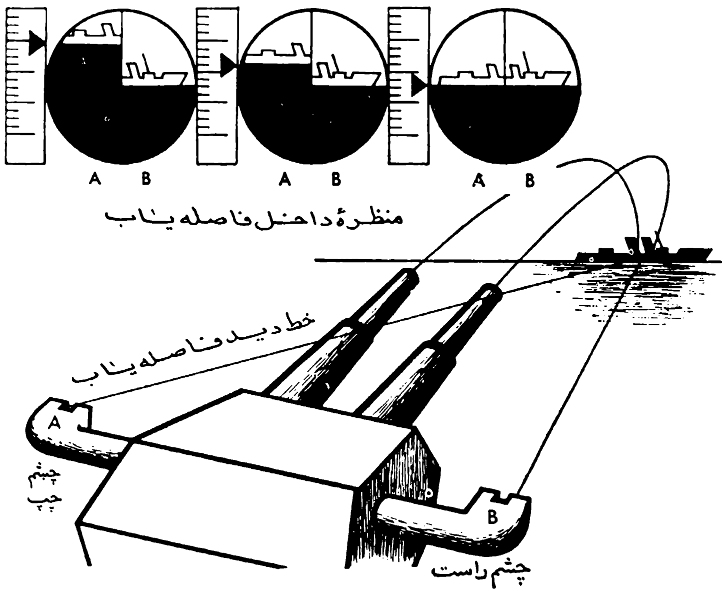
شاید ازدانستن این‌امر تعجب کنید که‌همهٔ سطح ممالك‌متحده و کشورهای دیگر به‌وسیلهٔ شبکه‌ای مرکب از هزاران مثلث که با دقت کامل توسط تئولودیت (زاویه‌یاب) اندازه‌گیری گردیده پوشیده شده است و گوشه‌های (رأسهای) همهٔ این مثلثها به‌وسیلهٔ پایه‌های سنگی[1] که همیشه درجای خودثابت هستند علامت‌گذاری شده‌است. این پایه‌های سنگی را « موضع‌نما » می‌نامند .

اگر راه دور نرویم و در زندگی روزمرهٔ خود جستجو کنیم می‌بینیم که عکاسان آماتور با دوربین‌عکاسی خودکار که دردست دارند درست همان کاری را انجام می‌دهندکه همانطورکه درچند صفحهٔ قبل شرح دادیم شما در هنگام نگاه‌کردن به‌یك نقطه انجام می‌دادید .

دردوربین عکاسی چشمها عبارتند ازآیینه‌های‌کوچك متحرکی که به‌اندازهٔ زاویه‌هایی‌که برای‌گرفتن‌عکس اشیاء لازم است دوران می‌کنند . درعین حال با گردیدن این آیینه‌ها کانونهای عدسی آنها به‌فاصلهٔ صحیح میزان می‌شود همانگونه که عدسیهای چشمهای شما وقتی به‌نقطه نگاه می‌کردید میزان می‌شد .

فاصله‌یاب توپهای بزرگی که در کشتی یا در ساحل قراردارند (به‌شکل ۱۰ نگاه کنید) نیز درست همین عمل را انجام می‌دهندو توپ را مطابق با فاصلهٔ حساب شده بالا و پایین می‌برند .

۱- Bench Marks



شکل ۱۰

درهمهٔ این حالات خط‌قاعده ـ طول فاصلهٔ بین‌دوچشم ـ معلوم است وچشمها دو زاویه‌را اندازه‌می‌گیرند. به‌این ترتیب ما سه‌مقدار معلوم را که شامل طول یك ضلع می‌باشد وبرای حل مثلث لازم است در دست داریم.

به‌این نحو ما یك‌نوع روش قهقرایی چینی به‌کار بستیم و اول به‌سؤال سوم وپس از آن به‌سؤال دوم جواب دادیم وچون بیشترمردم

اهمیت و فایدهٔ مثلثها را درك نمی‌کنند به‌نظرم می‌آید که این کار ما راطبعاً هدایت خواهدکردکه به‌سؤال اول جواب‌دهیم‌که عبارت‌بود از:

« چرا هرکس باید کتابی دربارهٔ مثلثها بنویسد ؟ »

داستان آغازهای احتمالی

قرنها وقت و نبوغ عده‌ای از مردان بزرگ لازم بوده است تا روش دقیقی که امروز ما برای حل مثلثها به‌کار می‌بریم مهیا گردد.

اگر کسی کتابی بنویسد که در آن کشفهای متوالی که موجب پیشرفت علم شده‌اند مرحله به‌مرحله توصیف شده باشد و اگر این کتاب همهٔ گفته‌های استادان مسلم را نقل کند چنین کتابی برای آن عده از ما که علاقمند هستیم بسیار دلنشین خواهد بود.

اما نوشتن چنین کتابی ممکن نیست.

استفاده از مثلثها در زمانهای بسیار قدیم شروع شد و احیاناً این‌کار در بابل و مصر حتی قبل از ساخته شدن اهرام بزرگ مصر آغاز گردید.

اما شرح آن در میان خرابه‌ها مفقود شده و در زیر توده‌های شن دفن گردیده است.

قطعه‌هایی ازمدارك کشف‌گردیده‌است وسنگ‌نبشته‌ها وکتیبه‌ها و خشتها و باقیمانده‌های خرد شدهٔ معابد و بناهای‌عمومی از زیرخاك خارج گردیده و رمز آنها استخراج شده وقطعه‌هایی از پاپیروس‌که کاغذ بسیار قدیمی است ، که از گیاه پاپیروس ساخته می‌شد، به‌دست آمده است .

متخصصانی‌که دررموز تمدنهای‌کهن واز بین‌رفته غور وبررسی کرده‌اندآنچه راکه به دست‌آورده‌اند پیش‌هم گذاشته وگمان می‌کنند که می‌توانند داستان واقعی وقابل قبولی‌ازآنها بسازند . اگراز یکی از آنان بپرسید که چه اندازه از اینها را می‌توانند کاملا مطابق با حقیقت‌بپندارند ممکن‌است جوابی‌شبیه به‌آنچه درزیر نوشته‌می‌شود به شما بدهند :

«اینجا وآنجا قطعه‌هائی از داستان هست که می‌توان به آنها اعتماد کرد زیرا آنها متکی برمدارك کتبی معتبری هستندکه کشف شده است . اما دربارهٔ همهٔ داستان باید گفت که ماتصور می کنیم که چیزی شبیه به‌این‌احتمالا ممکن‌است رویداده باشد .» ودربارهٔ‌کلمات «چیزی شبیه به این » و « احتمالا » تأکید می‌کنند . و من می‌خواهم داستان رابه همین طریق برای شما نقل‌کنم :

چیزی شبیه به این احتمالا رویداده است :

درمیان کوههای سربه فلك برکشیدهٔ دور از جنوب مصر دهها نهرآب سرچشمه می گرفتند ودر دامنه کوه جاری می‌شدند وبه هم

می‌پیوستند و رودهای بزرگی تشکیل می‌دادند و بالاخره به رودخانهٔ عظیم نیل ملحق می‌گردیدند.

در اواخر تابستان فصل بارندگی در این نواحی کوهستانی آغاز می‌شد. نهرهای کوچك به رودهای بزرگ تبدیل می‌شدند رودهای بزرگ به سیلهای خروشان می‌پیوستند و مدام بارشهای لاینقطع به حجم آنها می‌افزود.

رود نیرومند نیل طغیان می‌کرد وساحلهای خود را فرا می‌گرفت وهمهٔ درهٔ مصر در گردابهـای آن غوطه‌ور می‌شد. خانه های محقر زیان می‌دیدند وخراب می‌شدند وهزاران نفر به جانب سرزمین‌های مرتفع‌تر فرار می‌کردند.

پس ازآنکه طغیان فرو می‌نشست ومردم برمی‌گشتند بسیاری ازآنان می‌دیدندکه تعیین مجدد مرزهای املاکشان غیرممکن است. طغیان رود نشانه ها وعلامتها را شسته ونابود کرده است.

مسألهٔ سالیانهٔ تعیین حدوداملاك مسأله‌ای جدی‌شده بود. دره به چندین هزار متصرفی کوچك تقسیم شده بودکه وسعت بیشترآنهافقط برای یك باغ‌کوچك یاچندین درخت میوه‌که ممرمعاش‌خانواده های فقیربودکفایت می‌کرد. وعهده داری بنای دائمی سنگهای موضع‌نما درگوشه های همهٔ آن قطعه های‌کوچك کاری بسیار دشواربود.

آنجا احتیاج روز افزونی برای دستگاهی‌که توسط آن بتوان خطوط مرزی‌رابعد ازطغیان دوباره برقرار کرد حس می‌شد. وهمین

احتیاج بودکه از یك طرف موجب شروع کارهائی شدکه مـا آنها را نقشه‌برداری می‌نامیم و از طرف دیگر آغـاز آشنائی مـا با فوائد مثلثها گردید.

شاید نخستین نظریه‌ها برای ایجاد یك دستگاه ازطرف کاهنان بزرگ معبدها پیشنهاد شده باشد.

بزرگترین خدایان متعددی که آنان پرستش می‌کردند را (Ra)[1] خدای خورشید بود. در نظر آنان خورشید واقعاً را یعنی خدا بود وزمانهـای معینی برای انجام دادن تشریفات خاصی به افتخار را در تقویم معبد ها ثبت شده بود. این تاریخها بستگی به وضع نسبی را در آسمان داشت و به وسیلهٔ نقطه دقیقی در افق شرقی که از آنجا را در آن زمان طلوع می‌کرد تعیین می‌شد.

اگر شما ناظر دقیقی برای رصد خورشید مانند کاهنان بزرگ قدیم بودید می‌دانستید که در تـابستان خورشید درشمال شرقی طلوع می‌کند. باپیشرفت تابستان روزانه محل طلوع خورشید متدرجاً به طرف جنوب میل می‌کندتا آنکه دراوایل دیماه (اواخرماه دسامبر) خورشید از جنوب شرقی طلوع می‌نماید واین محل طلوع به همان اندازه جنوبی است که دراوایل تیرماه (اواخر ژوئن) شمالی بود.

در وسط فاصلهٔ حد شمالی وحد جنوبی اوضاع طلوع خورشید درسمت مشرق قراردارد وطلوع خورشید در آن نقطهٔ شرقی دقیق فقط

۱- Ra

دو روز در سال صورت می‌گیرد .

این دوروز را روزهای **اعتدال** می‌نامند . اعتدال را به انگلیسی equinoxe می‌گویند. و این کلمه از دو کلمهٔ لاتینی equus یعنی «مساوی» و nox یعنی «شب» مشتق شده است . در تابستان روزها طولانی تر از شبها هستند ودر زمستان شبها از روزها بلندترند .

امادر دو روز سال که طلوع خورشید درمشرق واقعی است روز وشب تقریباً با هم مساوی هستند .

درتقویم جدید مایکی از آن روزها اول فروردین (۲۱ ماه مارس) است . این **اعتدال ربیعی** و آغاز فصل بهاراست . اعتدال ربیعی را به انگلیسی vernal equinox می‌گویند و vernal یعنی سبز. این هنگامی است که می‌بینیم برگها وعلفها که درزمستان زرد شده بودند شروع به سبزشدن می‌کنند .

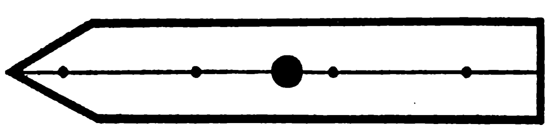
روز دیگر درحدود اول مهرماه (۲۲ ماه سپتامبر) است واین **اعتدال خریفی** می‌باشد . خورشید پس از آنکه درتمام تابستان در شمال (شرقی) طلوع کرده بود در راه برگشت به اوضاع زمستانی خود درطرف جنوب است ودرمیان راه خود دراول مهرماه از نقطهٔ اعتدال خریفی طلوع می‌کند .

ثبت وضبط اوضاع خورشید درهنگام طلوع آن وظیفهٔ کاهنان بزرگ مصری بود زیرا تشریفات خاص مذهبی به افتخار **را** به وسیلهٔ آن اوضاع معین می‌شد .

درست نمی‌دانیم‌که آنان‌این اوضاع طلوع خورشید راچگونه ثبت و ضبط می‌کردند ولی تصور می‌کنیم که این عمل به وسیلهٔ آلت بسیار ساده ای صورت می‌گرفته که شما خود می‌توانید نمونه‌ای از آن باچوب یامقوا برای خود بسازید.

فرض می‌کنیم که درضلع جنوبی معبد، کاهنان یك میزیا تخته سنگی که رویهٔ بالائی آن مسطح بوده می‌ساختند ودرمرکز این‌رویهٔ مسطح سوراخی تعبیه می‌کردنـد کـه ممکن بـود میخی را در آن فرو برند.

سپس فرض می‌کنیم که عقربه جهت نمایی بـا قطعه نازکی از چوب می‌ساختندکه درجهت‌طول ودر وسطآن یك خط رسم شده بود وسوراخی نیزبرای عبور میخ درمرکز آن وجود داشت وشاید درست روی خط چندین میخ یـا سنجاق فرو می‌بردند که برای نشانه روی خوب باشد تابتوانند طلوع خورشید را با آن رصد کنند. شاید این آلت به شکل زیربوده است.



عقربهٔ جهت نما

شکل ۱۱

درروی میزسنگی‌احیاناً خط راستی حك می‌کردندکه درجهت مشرق واقعی بود وبه عنوان مبداء به کارشان می‌رفت.

برای آنکه وضع طلوع خورشید را ثبت کنند کاهنـان قطعه چهارگوشی از کاغذ پاپیروس می گرفتند وازطول آن خط راستی‌رسم می‌کردند وسوراخی در آن برای عبور میخ نیز تعبیه می‌نمودند . قبل ازطلوع آفتاب این آلت رادرخارج‌معبدروی تخته سنـگ می گذاشتند ومیخ را ازسوراخ عقربهٔ جهت نماوهمچنین ازسوراخ کاغذ پاپیروس عبور می‌دادنـد وداخل سوراخ تخته سنـگ می کردند . سپس آنقدر کاغذ را می‌گرداندند تا خطی که روی آن رسم شده بود برخطی که روی تخته سنـگ حك شده بود قرارگیرد وبه این ترتیب برای رصد را آماده می شدند .

به محض آنکه را ظاهر می‌شدیکی‌ازکاهنان علامتی به‌محاذات نوك عقربهٔ جهت نما روی کاغذی می گذاشت و تاریخ آن روز را نیز کنار آن می‌نوشت وکار ثبت طلوع خورشید به پایان می‌رسید.

دو عقربهٔ جهت نما این کار را انجام می‌دهند

چون ساکنان درهٔ نیل با مسأله فوری یافتن دستگاهی برای تعیین نشانه‌های حدود ومحل املاك مواجه بودند بعید نیست که افسر جوان باهوشی از میان آنـان دریافته باشد که آلتی که کاهنان برای نشان دادن مواضع به‌کار می‌بردند برای این کار ممکن است با ارزش باشد

وی برای اطمینان خاطر فقط روی یك خط راست یك جهت معین کرد و نقطه‌ای روی آن قرار نداد . اما فرض کنید که دوتا از این کاغذها رابه اندازهٔ کافی دوراز هم قرار داده از آنها استفاده می‌کنید اگر هردوی آنهارا باهم به‌سمت یکی از نشانه‌های مرزی املاك هدف گیری کنید دو خط راست نشانـه روی یکدیگر را فقط روی هدف قطع می‌کنند .

این کار مشکلی نبود که دو پایه ازسنگهای سخت بسازند و تخته سنگ مسطحی روی هریك از آنهـا را محکم سمنت کاری کنند

به‌طوری‌که حتی سیلهای مهیب نیز نتوانند آنها را ازپا درآورند.

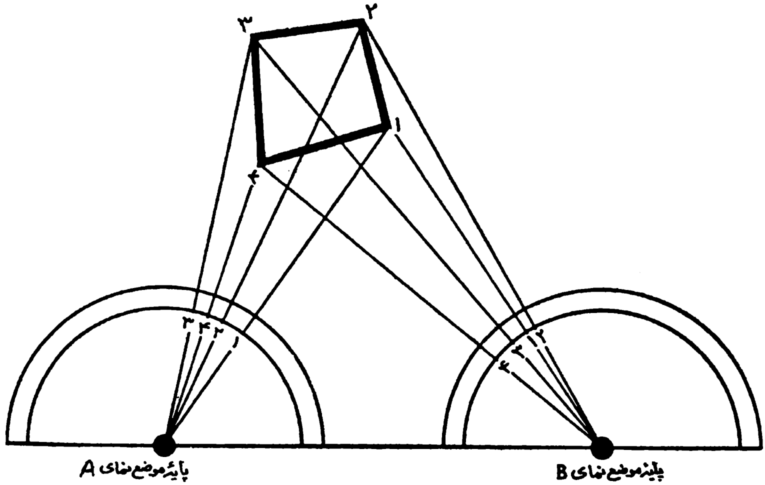
کاهن بزرگ روی تخته سنگ خود خط راستی که متوجه به سمت مشرق بود رسم‌کرده بود واین‌خط مبداء دائمی‌کار اوبود. همین عمل رامـمکن بود بـا آن دوپایهٔ سنگی انجام دهند. خطی‌که روی پایهٔ سنگی موضع نمای A رسم می‌شد متوجهٔ پـایهٔ B وخطی‌که روی پایهٔ سنگی موضع نمای B رسم می‌شد متوجه پایهٔ A بایستی باشد.

فرض کنیدکه شما ومن درآن زمان درآنجا بودیم ونظم‌کاراین دستگاه به عهدهٔ مـا گذاشته شده بود وفرض کنید که احیاناً مردی موسوم به احمد پس ازپایان یـافتن یك طغیان باهمسایگانش سازش کرده وبرطبق قراری که با آنان گذاشته چهارتیردرچهار گوشهٔ ملك خود برافراشته‌است وماباید وضع هریك ازآن چهارتیر راثبت‌کنیم.

شمانزدیك پایهٔ سنگی A ومن نزدیك پایهٔ سنگی B می‌ایستیم وعقربه های جهت نمارا به طرف چهار تیرچوبی یکی پس‌ازدیگری نشانه روی می کنیم وهردفعه یك علامت‌روی صفحهٔ کاغذ درست‌مقابل بانوك عقربه قرارمی‌دهیم وآن را شماره گذاری می‌کنیم. یك منظرهٔ کلـی ازاین وضع در نمودار ۱۲ نشان داده شده است. نمودارهـای صفحات بعد قطعه‌هـای پاپیروس و عقربهٔ جهت نمارا در موقعی کـه آخرین نشانه را می‌گذاشتیم نشان می‌دهند.

اکنون می‌توان این پاپیروسها را دراداره‌ٔ مرکزی ضبط‌کرد و در هرموقع بعد از هرطغیـان جدید می‌توان این دو ورقه را بیرون

آورد و روی پایه سنگی موضع نما قراردارد وموضع هر یك ازچهار تیررا بـادقت معین کرد . این روش به نظرروش خوبی می‌آید .

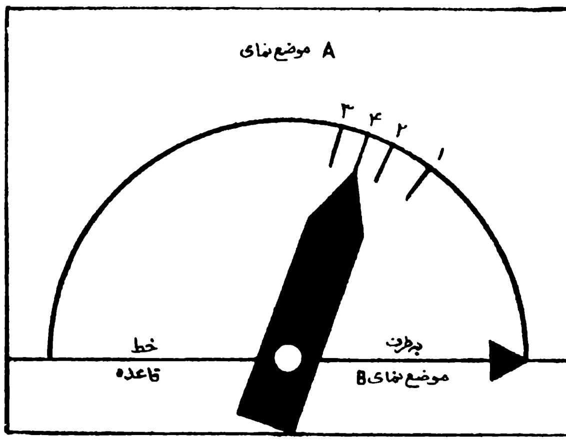


شکل ۱۲

اما البته خبر آنچه ما برای احمد انجام دادیم در دره منتشر می‌شود و بـاید همین کار را برای هزاران مالك دیگر انجام دهیم . طولی نمی‌کشد کـه ورقه‌های پاپیروس در اداره مرکزیِ مـا انباشته می‌شود بـه طوری‌که دیگرممکن نیست آنهارا به نحوی مرتب‌کرد . سال به سال بعداز هرطغیان کسی باید انبوه اوراق رازیر و روکندتا گزارشهای مربوط به یك مالك رابه دست‌آورد وآنهارا روی‌موضع نما قرار دهد وباز ازنو آنها را برگرداند ومحفوظ نگاهدارد .

البته اوراق‌کاغذ نمی‌توانند طاقت‌آورند ومچاله یاگم می‌شوند

ویا باهم مشتبه میگردند بایستی خوب واضح‌شده باشدکه آماده‌کردن دستگاه جدیدی برای ثبت مورداحتیاج است .آنچه لازم داریم‌روش متحدالشکلی است برای نمره گذاری روی دایره‌ها که به وسیلهٔ نوك



شکل ۱۳

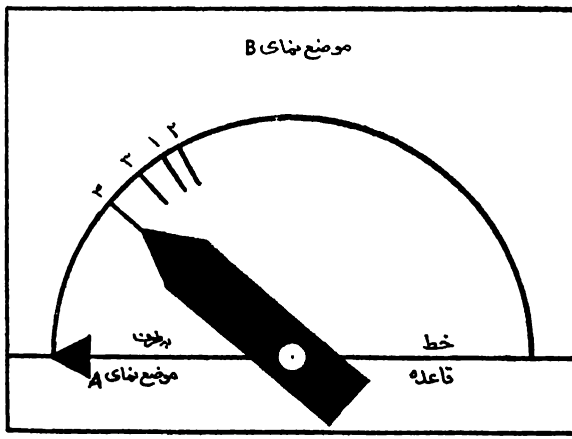
عقربهٔ جهت نما معین می‌شود . سپس وقتی کـه نشانهٔ ملکی را هدف میگیریم نوك عقربه شماره‌ای را معین می‌کند و می‌توانیم این شماره را در دفتری ثبت‌کنیم .

اگر باز به‌منظرهٔ‌کلی شــکـــل ۱۳ نگاه‌کنید خواهید دید که درواقع درآنجا دو مسأله مطرح می‌شود .

اول : نوك عقربهٔ جهت نمـا روی یك دایره گردش می‌کند . بنابراین باید دستگاه جدید رابتوان بادایره وفق داد .

دوم : رسم نشان می‌دهد که مواضع دو عقربه درهر نشانهٔ ملك

واقعاً یك مثلث تشکیل می‌دهند. خط قاعدهٔ این مثلث از موضع نمای A به موضع نمای B است و دو ضلع این مثلث خطهایی هستند که از دو موضع نما به نشانه وصل می‌شوند بنابراین دستگاه جدید درعین حال که باید



شکل ۱۴

بادایره مورد استفاده باشد باید آنرا برای مثلثها نیز بتوان به‌کار برد.

و این مستقیماً مـا را به مسألهٔ اساسی کـه باید اول حل شود هدایت می کند. این مسأله این بود: چه رابطه‌هایی بین دایره‌ها و مثلثها وجود دارد؟

کسرها و اعداد اعشاری

می‌توانیم تصور کنیم که آن مسألهٔ اساسی موجب مباحثهٔ شدیدی مابین ریاضی دانان آن زمان شد.

چه‌نوع مثلث را می‌توان به‌عنوان نمونه (استاندارد) انتخاب کرد؟

چه نوع مثلث در داخل یك دایره بهتر جور درمی‌آید؟

برای آنکه تصور واضحی از دلائلی که احیاناً دوطرف بحث اقامه می‌کردند به دست آوریم باید مطالبی دربارهٔ سابقهٔ برخی از روشهای ریاضی قدیمی بدانیم.

قبل‌از هرچیز باید بدانیم که در زمانهای بسیار قدیم مسائلی‌از این‌نوع را عموماً به وسیلهٔ محاسبه حل‌نمی‌کردند. این مسائل‌بایستی بوسیله «ساختمان» یارسم نمودار مسأله حل می‌شد آنهم فقط با خط‌کش و پرگار و نه افزارهای دیگر. تازه تنها با پرگار و خط‌کش و با مقدار زیادی قریحه وذوق خطوطی رسم می‌کردند تا مسأله رابه

ساده‌ترین قسمتهـای خود تجزیه کنند و بـه وسیلهٔ اینهـا نتیجه را به دست آورند.

امروزه ما می‌توانیم این رایك مانع جدی به شمار آوریم و با این‌حال پرگار وخطکش به ریاضیدانان قدیم‌اجازه می‌داد که اصولی راکه ریاضیات جدید مابرآنهامتکی‌است‌کشف‌کنند و به ثبوت‌برسانند.

علاوه بر محدود بودن به پرگار و خطکش بسیاری از قدمـا دستگاه حسابی به‌کار می‌بردندکه شایدشما ومن‌آنرا بسیار نامناسب و اسباب زحمت بپنداریم.

آنان تمام محاسبات خود رابـا **اعداد صحیح و کسرهای متعارفی** انجام می‌دادند.

آنان به‌کشف شمار اعشاری‌که ما آن‌را راهی طبیعی‌برای عدد نویسی می‌پنداریم موفق‌نشده بودند (اما‌من باید دراینجا خاطر‌نشان کنم‌که توبیاس‌دانتزیك[۱] که یکی از بهترین ریاضیدانان جدید است نوشته است‌که دستگاه شمار اعشاری «زیاد قابل توصیه نیست»).

یکی ازنخستین تکالیف ما درمدرسه این بودکه جدولهای‌جمع وتفریق وضرب وتقسیم را از برکنیم. فکر می‌کردیم کـه ۱۰ و ۱۰۰ مهمترین اعداد بودند زیرا بـه ما اجازه می‌دادندکه بعضی مسائل را فقط با جابه‌جا کردن ممیزحل کنیم.

اما برای آن عده ازقدما که بـاکسرها کارمی‌کردند ۱۲ و ۶۰

۱– Tobias Dantzig

مهمترین اعداد بودند این ممکن است بنظرما قریب جلوه‌کند امـا اگر سعی‌کنید که هرچه ممکن است کسرهای ساده ازروی ۶۰ قدما و ۱۰۰ خودمـان تشکیل دهیداین مطلب رابهتر خواهید فهمید ولی با قید آنکه صورت ـ یعنی عددی که دربالای خط‌کسری است ـ باید همیشه عدد ۱ باشد بگذارید امتحان کنیم .

۱۰۰ رامی‌توان درست به اعداد زیر تقسیم کرد :

۲ـ ٤ـ ۵ـ ۱۰ـ ۲۰ـ ۲۵ـ ۵۰ . . . ۷ کسر[1] .

۶۰ را می‌توان درست به اعداد زیرتقسیم کرد :

۲ـ ۳ـ ٤ـ ۵ـ ٦ـ ۱۰ـ ۱۲ـ ۱۵ـ ۲۰ـ ۳۰ . . . ۱۰کسر[2]

بنابراین ۶۰ نمونه (استاندارد) می‌شود وآن دستگاه معروف به دستگاه شستگانی[3] (ستینی) است وقتی بامقادیر کوچك سروکار داشتند عدد ۱۲ رابه کارمی‌بردند درست همانطورکه ماعدد ۱۰ رابه کار می‌بریم ، عدد ۱۲ یك پنجم عدد ۶۰ است .

شاید هرگز متوجه این امر نشده باشید امـا باوجود آنکه ما اعداد ۱۰ و ۱۰۰ را ترجیح می‌دهیم بازهم اعداد ۱۲ و ۶۰ را به کار می‌بریم. هرپا (Foot) مساوی با ۱۲اینچ است، یك دوجین شامل۱۲

۱ـ مقصود مؤلف کسرهای $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{20}$ و $\frac{1}{25}$ و $\frac{1}{50}$ است‌که همهٔ‌آنها را می‌توان به‌مخرج۱۰۰ تحویل‌کرد (مترجم) .

۲ـ مقصود مؤلف کسرهای $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{6}$ و $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{12}$ و $\frac{1}{15}$ و $\frac{1}{20}$ و $\frac{1}{30}$ است‌که‌همه را می‌توان‌به‌مخرج ٦۰ تحویل‌کرد (مترجم) .

۳ـ اصطلاح‌کسور شستگانی را استاد ابوریحان بیرونی درکتاب التفهیم‌لاوائل صناعه‌التنجیم به‌کار برده است (مترجم) .

عدد است ، صفحهٔ ساعت ما به ۱۲ قسمت شده و هر ساعت ۶۰ دقیقه و هر دقیقه ۶۰ ثانیه است ، هر دایره به ۳۶۰ درجه (۶ دفعه ۶۰) تقسیم می‌شود .

و ۳۶۰ درجه در دایره مستقیماً مارا برمی‌گرداند به داستان « احتمالی » منازعه دربارهٔ بهترین نوع مثلثی که می‌توان در مقام رابطه بادایره به عنوان نمونه انتخاب کرد .

خود دایره مشکلی ایجاد نمی‌کرد . همهٔ دایره‌ها درست متحد-الشکل هستند . یکی ممکن است بزرگتر یاکوچکتر ازدیگری باشد اما همه باهم شباهت دارند .

بنابراین باید مثلثی انتخاب می‌کردند که نیز همیشه متحد-الشکل باشد و خواه بزرگ باشد و خواه کوچك همیشه یك شکل (هیأت) واحد داشته باشد .

علاوه براین (واین نیز به همان اندازه مهم است) مثلث باید ساده باشد وبه‌آسانی بتوان آن رافقط بوسیلهٔ پرگار وخط‌کش ساخت وباید رابطهٔ معینی بادایره نیزداشته باشد .

من اطمینان دارم که آن ریاضیدانان قدیمی به دو دسته متقابل تقسیم می‌شدند که هریك از آنها از نوع مثلث منتخب خود جانبداری می‌کردند .

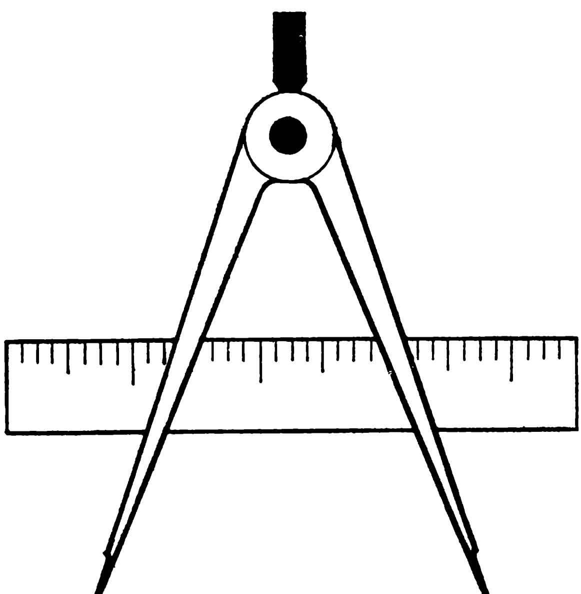
بدواً فرض کنید که دربارهٔ مثلثی گفتگو می‌کنیم که اکثریت آراء رابه دست آورده وسپس دربارهٔ انواع دیگر بحث خواهیم کرد .

و خواهیم دید مثلث منتخب از آن جهت طرفدار پیداکرده است که شکل آن به طرق مختلف در زندگی نوین ما به‌کار می‌رود .

نوع اول و نوعی که قبول می‌کنیم که انتخاب شده است مثلث متساوی‌الاضلاع است .

اصطلاح **متساوی‌الاضلاع** یعنی باضلعهای متساوی ودریك مثلث متساوی‌الاضلاع سه ضلع درست با یکدیگر برابرند .

نوع دوم مثلث **قائم‌الزاویه** بودکه یکی از زوایایش قائمه‌است وبعداً که دربارهٔ آن بحث خواهیم کرد خواهید دید که تاچه اندازه



شکل ۱۵

مفید است . فایدهٔ آن نـه تنها در زندگی عملی است بلکه این نوع مثلث مبنایی بودکه روشهای حل مثلث ازآن مشتق شده‌اند .

از هم اکنون امیدوارم شما مداد وکاغذ و پرگار وخط‌کش در دسترس خود داشته باشید و واقعاً آنها را به کار برید و مسائلی که ریاضیدانان قدیمی با آنها روبرو بودند برای خود بسازید .

مثلث متساوی‌الاضلاع

برای‌آنکه مثلثی بتواند به عنوان نمونه اختیار شود سه‌شرط ذکرکردیم وآنهارا در اینجا تکرار می‌کنیم .

۱ـ مثلث چه بزرگ باشدوچه‌کوچك باید همیشه به یك‌شکل واحد به نظرآید .

۲ـ باید ساده باشد و به‌آسانی بتوان آن را به‌وسیلهٔ پرگار و ستاره رسم‌کرد .

۳ـ باید رابطهٔ معین و منظمی با دایره داشته باشد .

بدون‌اقامهٔ دلیل‌واضح به‌نظرمی‌رسد که مثلث متساوی‌الاضلاع شرط اول را داراست . اگر سه ضلع متساوی باشند به‌ناچار مثلث همیشه به‌یك شکل‌وهیات واحد به‌نظرخواهدآمد زیرانمی‌توان‌شکل مثلث را بدون تغییر دادن طول یکی از اضلاع آن تغییر داد و اگر این طول را تغییر دهیم دیگر مثلث متساوی‌الاضلاع نخواهد بود .

امیدوارم در اینجا درنگ کنید و برای خود به‌ثبوت برسانید که یك مثلث متساوی‌الاضلاع ساده است و به‌آسانی می‌توان آن را ساخت . مداد و کاغذ و پرگار و خط کش را آماده‌کنید و به‌شکل ۱۶ نگاه کنید و این دستورهارا به‌کار بندید .

با خط‌کش یك خط راست رسم کنید و از روی آن طول ضلعی را که می‌خواهید به‌کار برید جدا کنید و دو سر آن را شمارهٔ ۱ و ۲ بگذارید .

دهانهٔ پرگار را از شمارهٔ ۱ تا شمارهٔ ۲ بازکنید .

سوزن پرگار را در شمارهٔ ۱ بگذارید و کمـان کوچکی در ۳ رسم کنید .

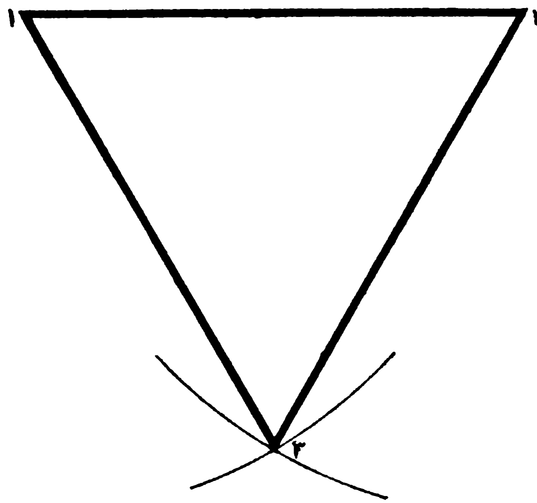
بدون آنکه پرگار را به‌هم زنید سوزن آن را در ۲ بگذارید و یك کمان دیگر در ۳ رسم کنید تـا کمان اول را که رسم کرده‌اید قطع کند .

با خط‌کش نقاط ۱ و۳ را به‌هم ونقاط ۲ و۳ را به‌هم وصل کنید.

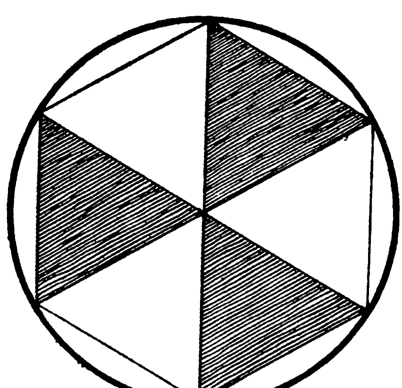
نتیجه یك مثلث متساوی‌الاضلاع است .

باقبول‌کردن اینکه نوع مثلث همان نوعی بوده‌که قدما انتخاب کرده‌اند باز به‌خاطر بیاورید که عدد مورد علاقهٔ آنان ۶۰ بود . پس احیاناً آنان می‌خواستندکه هریك از زوایای آن مثلث‌را به۶۰قسمت متساوی تقسیم‌کنند . امروزه می‌گوییم‌که هرزاویه (ازمثلث‌متساوی الاضلاع) ۶۰درجه‌است وآن‌را چنین‌می‌نویسیم °۶۰ اگرمی‌خواهید

شش‌تا از این مثلثها رسم کنید که همه بـا هم همقد باشند و سر آنها



شکل ١٦



شکل ١٧

را به‌هم بپیوندید می‌توانید نوك پرگارتـان را در نقطه‌ای که همه با هم تلاقی می‌کنند بگذارید و دایره‌ای درحول آنها رسم کنید . این عمل را « محیط‌کردن » دایره می‌نامیم .

دایرهٔ مرسوم درست ازگوشه‌های بیرونی همهٔ مثلثها می‌گذرد. این را در شکل فوق نشان داده‌ایم .

یکی از آن ریاضیدانان‌قدیمی باید این‌کار را درضمن‌استدلال خود کرده باشد . ممکن است وی توجه دیگران را به‌این امر جلب کرده باشد که در این ساختمان دوتا از اعداد مورد علاقهٔ آنان یعنی ٦ و ٦٠ به‌کار رفته‌است . دراینجا شش‌مثلث هست و آنها قبول‌کرده‌اند که هر زاویه را °٦٠ بنامند .

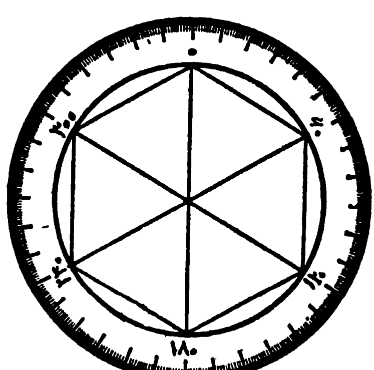
به‌این‌ترتیب در مرکز دایره‌شش زاویـهٔ ٦٠ درجه‌ای دارید و معنی این آن است‌که ٦ مرتبه °٦٠ یا °٣٦٠ در دایره موجود است . این را در شکل صفحهٔ بعد می‌بینید .

درجه را به‌انگلیسی Degree می‌گویند و چون ایـن کلمه را استعمال کرده‌ایم شاید بخواهیم‌مطلبی دربارهٔ اصل و نسب آن‌بدانیم ـ پدر و مادر و اجدادش ـ .

در زبان لاتینی کلمهٔ de « پایین » معنی می‌دهد و gradus یعنی « پله » یا «مرحله» و ازترکیب این‌دوکلمه‌لغت degree را ساخته‌اند و می‌توان آن‌را چنین تعبیرکردکه‌کسی‌مرحله به‌مرحله محیط‌دایره را می‌پیماید .

این روشی (دستگاهی) است که ممکن است آن را درموضع نماهای سنگی در درهٔ نیل به‌کار برده باشند .

ممکن‌است چنین دایره‌هایی روی‌موضع نماها رسم‌کرده باشند به‌طوری که نقطهٔ صفر آنها متوجه به‌سمت موضع نماهای دیگر بوده باشد یا بهتر بگوییم ممکن است همیشه نقطهٔ صفر را روبروی شمال واقعی یا مشرق یا جنوب ، هرکدام که مناسبتر باشند متوجه کرده باشند . بنابراین وقتی که به‌نشانه‌های املاك نشانه‌روی می‌کردند می‌توانستند درجه‌ای را که توسط نوك عقربه جهت‌نما معین می‌شد یادداشت کنند . این شماره در دفتری در ادارهٔ مرکزی ثبت می‌شد و کاغذهای کهنه و مچاله شده را دور می‌ریختند زیرا دیگر به‌آنها احتیاجی نبود . اما قبل از آنکه مثلثهای متساوی‌الاضلاع را کنار بگذاریم و در بارهٔ نوع دیگر مثلث که احتمالاً پیشنهاد شده بود

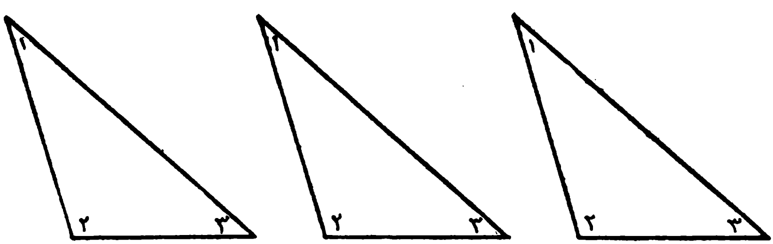


شکل ۱۸

گفتگو کنیم بار دیگر دایرهٔ اولی‌را که در صفحهٔ ۵۶ دیدیم مورد بررسی قرار دهیم.

امر جالب توجهی را به‌خاطر بسپارید.

به‌هریك از سه مثلث مجاور نگاه کنید خواهید دید که آنها در یك طرف یکی از قطرهای دایره قرار دارند. این مطلب سؤال مهمی را پیش می‌آورد. قطر یك خط راست است و دایره‌را به‌دو نیم



شکل ۱۹

تقسیم می‌کند. نصف دایره در دستگاه جدید ما °۱۸۰ است و هر زاویهٔ مرکزی ۶۰ است به‌طوری که مجموع سه‌تا از این زاویه‌ها می‌شود °۱۸۰ به‌عبارت دیگر ۶۰+۶۰+۶۰ مساوی است با °۱۸۰

آیا معنی این مطلب این‌است که ـ در هر مثلث ـ مجموع سه زاویه °۱۸۰ است؟

امتحان کنید و ببینید.

مداد و خط‌کش را بردارید و سه‌کپیه از مثلثی که می‌خواهید آزمایش کنید بردارید. من این کار را در شکل فوق کرده‌ام. روشی

که من به‌کار بستم این بودکه مثلث را روی یك صفحهٔ مقوا رسم کردم و آن را روی دو ورق مقوای دیگر گذاشتم وبا قیچی سه مثلث راباهم چیدم . به‌این نحو مطمئن شدم که سه مثلث بـاهم مساوی هستند .

مرحلهٔ دیگر این است که در زاویه‌های متشابه شماره‌های ۱ و۲ و۳ قرار دهیم .

اکنون به‌نمودار دیگر در صفحهٔ ۶۱ نگاه کنید .

در طول یك ورق کاغذ یك‌خط راست رسم‌کنید . مثلثهای خود را روی آن‌قرار دهید به‌طوری‌که مطمئن باشیدکه دو شمارهٔ ۱ یا دو شمارهٔ ۲ یا دو شمارهٔ ۳ را بـا هم به‌کار نبرید . موضوع این است که ببینیم آیا مجموع سه‌زاویهٔ مختلف‌مساوی بایك خط راست یا °۱۸۰ خواهد شد یا نه این نمودار نشان می‌دهد که من چگونه این کار را با سه مثلث‌خود کرده‌ام . با مثلثهای خود این امتحان را انجام‌دهید.

اگر به‌خط قـاعده در نمودار نگاه کنید خواهید دید که هر سه زاویه ترکیبهای مختلفی هستند . در سمت چپ ۱ و۲ و۳ در وسط ۱ و ۳ و ۲ و در سمت راست ۳ و ۲ و۱ پهلوی هم قرار دارند .

درهرترکیب اگرسه زاویهٔ مختلف‌راباهم‌جمع‌کنیم‌مجموعشان یك خط راست می‌شود ــ °۱۸۰

به‌این‌ترتیب ما روشهای قدیمی ساختمان‌را به‌کار بستیم ویکی از پرارزشترین قاعده‌های مثلثات را نشان دادیم :

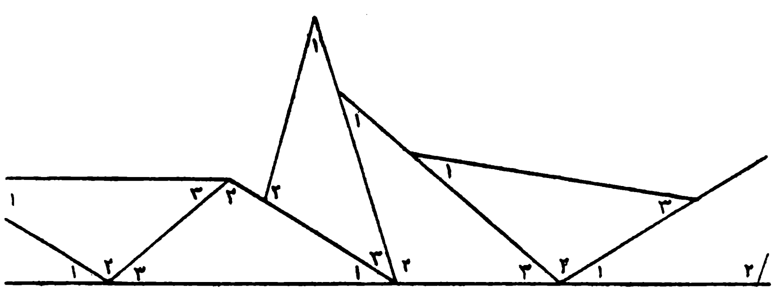
مجموع سه زاویهٔ هر مثلث مساوی با °۱۸۰ است .

از روی این قاعده می‌توانیم قاعدهٔ مهم دیگری نتیجه بگیریم که به‌ما می‌فهماند که یك مثلث فقط یك زاویهٔ قائمه می‌تواند داشته باشد. استدلال این مطلب را می‌توانیم به‌آسانی از آنچه ثابت کردیم برای خود نتیجه بگیریم. استدلال ماسه مرحله سادهٔ زیررا خواهد داشت:

۱ـ مجموع سه‌زاویهٔ هرمثلث °۱۸۰ است (درفوق نشان‌دادیم)

۲ـ اگر یکی از زاویه‌ها قائمه باشد (°۹۰) فقط °۹۰ برای قسمت کردن بین دو زاویهٔ دیگر باقی می‌ماند.

۳ـ پس هیچکدام آنها نمی‌توانند به‌بزرگی °۹۰ باشند.



شکل ۲۰

مثلثها و ساعت دیواری

قبل از آنکه مثلث متساوی‌الاضلاع را کنار بگذاریم جالب توجه خواهد بود که ببینیم چگونه این نوع مثلث درزندگی روزمرهٔ ما به‌کار می‌رود .

باز به‌دایرهٔ صفحهٔ ٥٦ نگاه‌کنید وببینیدکه مثلثها درشش نقطه با دایره تماس پیدا می‌کنند .

فرض کنید که هر یك از این شش زاویه‌را که در مرکزهستند «نصف کنیم» (یعنی به‌دوقسمت‌متساوی‌تقسیم‌کنیم) و به‌خاطرآورید که این کار را فقط باید با پرگار و خط کش انجام دهیم .

اگر بدانیدکه چگونه باید این کاررا انجام‌داد کارآسانی‌است. مداد و پرگار و خط کش‌را بگیرید و همانطورکه من درنمودارصفحهٔ ٦۴ کرده‌ام این کار را انجام دهید .

با خط‌کش هر زاویه‌ای را که می‌خواهید رسم کنید . زاویه‌ای

که من رسم‌کرده‌ام ازدوخط تشکیل شده‌که یکی از C تا ۱ ودیگری از C تا ۲ رسم شده است .

نوك پرگار را درC بگذارید وکمانی‌از دایره AB به‌هر درازی که می‌خواهیدرسم‌کنید تا ضلعهای زاویه را قطع کند . در نقطه‌هایی که این‌دوکمان دوضلع زاویه‌را قطع می‌کنند شمارهٔ ۱و۲ بگذارید.

اکنون نوك (سوزن) پرگار را در شمارهٔ۱ بگذارید و هرقدر می‌خواهید دهانهٔ پرگار را باز کنید و کمان کوتاهی در ۳ رسم‌کنید. سپس با همان دهانه پرگار سوزن پرگار را در ۲ بگذارید وباز یك کمان‌کوتاه در۳ رسم‌کنید تا کمانی‌را که قبلاً رسم کرده‌اید قطع‌کند.

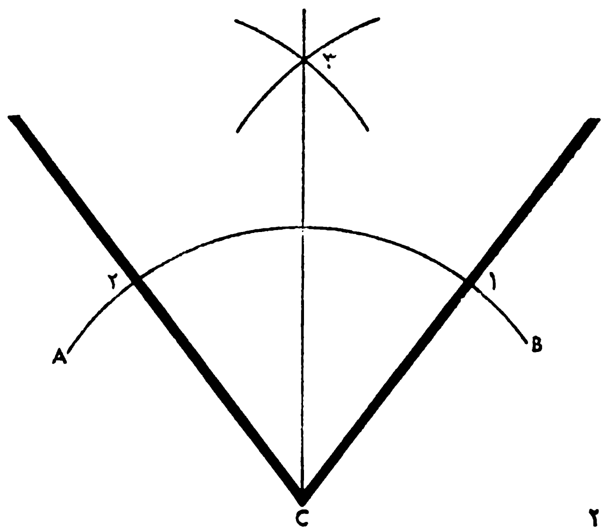
با خط‌کش نقطهٔ C را به‌فصل مشترك کمانهایی‌که‌در۳ رسم‌شده وصل کنید .

این‌خط زاویه را نصف می‌کند (نیمساززاویه است)

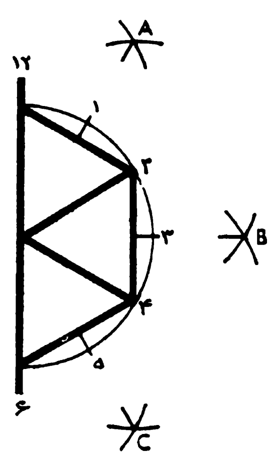
فرض‌کنیدکه این کار را در دایرهٔصفحهٔ ۵۶ فقط با نصف‌دایره کرده باشیم تا روش کار و نتیجهٔ آن معلوم شود . من این‌کار را در شکل ۲۲ کرده‌ام . نوك سوزن پرگار را به‌نوبت در چهار نقطه‌که مثلثهای متساوی‌الاضلاع با دایره تماس پیدا می‌کنند گذاشته‌ام و کمانهای A و B و C را رسم کرده‌ام .

سپس‌باخط‌کش‌که آن‌را روی‌مرکز وهریك ازفصل‌مشترکهای آن کمانها قرارداده‌ام خط‌کوتاهی‌کشیده‌ام‌که‌دایره‌را قطع‌کرده‌است.

در همهٔ نقطه‌هایی‌که روی شکل‌معین شده‌اند شماره بگذارید



شکل ۲۱



شکل ۲۲

و فورا خواهید دید که چه کرده‌ایم .

مانصف صفحه یك ساعت دیواری را رسم کرده‌ایم واگر همین کار را باتمام‌دایره انجام دهیم صفحهٔ کامل‌یك ساعت را خواهیم‌داشت. اما برای تکمیل این کار بـایستی بین هر دو رقم که مدت یك ساعت را نشان می‌دهند پنج نشانهٔ تقسیم بگذاریم و اینهـا نشانهٔ دقیقه‌هـا خواهند بود .

این طریقه‌ای است که دایرهٔ صفحهٔ ساعت به‌وسیلهٔ آن تقسیم می‌شود . اکنون این‌را با ۳٦۰° که درحول شش‌مثلث متساوی‌الاضلاع هستند مقایسه می‌کنیم (به‌دایرهٔ دوم درصفحهٔ ۵۸ رجوع کنید) هر یك از این مثلثهـا یك زاویهٔ ٦۰° در مرکز دارد . اما برای ساختن صفحه ساعت ـ ما هر یك‌ازآن زاویه‌ها را نصف می‌کنیم تا نقطه‌هایی که نشان شمارهٔ ساعتهاهستند به‌دست‌آیند . هرزاویهٔ ٦۰° را که‌نصف کنیم دو زاویهٔ ۳۰° به‌دست می‌آید .

بـه‌این طریق معلوم می‌شود که روی صفحه ساعت هر یك از شماره‌های ساعتها با شماره‌های مجاور خود ۳۰° فاصله دارند و اگر پنج‌تقسیم بین آنها قراردهید معنی آن‌این‌است‌که نشانه‌های‌دقیقه‌ها در صفحهٔ ساعت شما با هم ٦° فاصله دارند .

« قائمه » ، « قائم » ، « عمود »

اکنون می‌توانیم به دلائل آن دسته از ریاضیدانان قدیمی گوش دهیم که احیاناً به مثلث متساوی‌الاضلاع به‌عنوان نوع مثلث نمونه‌ای که باید با دایره به‌کار رود رأی نداده‌اند.

آنان به‌نوعی از مثلث که یك زاویه‌اش قائمه باشد یعنی به‌مثلث قائم‌الزاویه علاقه‌مند بودند.

قبل از آنکه به ادعای این دسته بپردازیم بهتر است عده‌ای از این اصطلاحات را به طور روشن وواضح تعریف کنیم.

اول : **قائمه** را به‌انگلیسی Right می‌گویند ووقتی این اصطلاح را دربارهٔ زاویه به‌کار می‌برند ربطی به‌کلمه شبیه به‌این که معنی آن « درست » است ندارد. کلمهٔ Right که دربارهٔ زاویه به‌کار می‌رود از یك لغت قـدیمی انگلو ساکسن مشتق شده کـه معنی آن « راست ایستاده » است.

اگر داستانهایی مربوط به‌دریاخوانده باشید با این معنی آشنا هستید . شاید گزارشی راکه مربوط به یك‌کشتی کج شده‌است به‌خاطر بیاورید . احیاناً نویسندهٔ این داستان گفته‌است‌که چگونه سرنشینان کشتی بارکشتی را جابه‌جا کردند وکشتی‌خود را « راست‌کرد » معنی این آن است که کشتی بار دیگر از بالا به پایین نسبت به سطح آب راست ایستاد .

این نوعی قائمه‌ای‌است‌که دراصطلاح زاویهٔ قائمه به‌کارمی‌رود. زاویهٔ قائمه زاویه‌ای است که از دوخط تشکیل می‌شود که نسبت به یکدیگر « از بالا به‌پایین راست » هستند .

دراین صورت خواهیم‌گفت‌که دوخط بریکدیگر عمودهستند. عمود را به انگلیسی Perpendicular می‌گویند واگردربارهٔ‌اصل‌ونسب این‌لغت جستجو کنیم مثال جالب توجهی برای این موضوع خواهیم یافت‌که‌لغات موجودیت‌خودرا بایك معنی وسیع‌وکلی‌شروع می کنند اما متدرجاً به قسمت بسیار محدودی‌از آن معنی منحصر می گردند وعلت این آن است‌که پیشرفت علم مستلزم دقت بیشتری در استعمال لغات علمی یاریاضی می‌باشد .

خویشان نزدیك لغت Perpendicular دوکلمهٔ لاتینی هستند که یکی per به‌معنی « ازمیان» ودیگری pendeo یعنی «آویزان »است و ترکیب این دو اشاره است بـه خط شاقولی که « از » افق بالاتری « آویزان » است ودر نقطهٔ تلاقی زوایای قائمه تشکیل می‌دهد .

به این ترتیب عمود و قائم در اصل یك معنی داشته‌اند و حتی امروزه نیز بعضی از فرهنگ نویسان « قائم » رایکی ازمعانی‌عمود می‌دانند .

امابا پیشرفت هندسه ومثلثات واضح‌شدکه خطوط دیگری‌غیر ازخط شاقولی‌وافقی می‌توانند چهار زاویهٔ متساوی (قائمه) درنقطهٔ تلاقی خود تشکیل دهند .

می‌توانید خطی‌رسم‌کنیدکه به هرراستایی (طرفی)که‌بخواهید مایل (کج) باشد وسپس خط دیگری رسم کنید که آن را قطع کند و چهار زاویهٔ قائمه بسازد بدون آنکه هیچیك ازاین خطوط با خط شاقولی موازی باشد .

امروزه بهتراست که بین‌این دوکلمه تفاوت قائل شویم وهرگز یکی رابه جای دیگری استعمال نکنیم .

هردو خط راست کـه یکدیگر را قطع کنند و چهـار زاویهٔ متساوی پدید آورند برهم عمود هستند . وتا چند لحظهٔ دیگر به‌شما نشان خواهم دادکه چگونه قدما آموختند که خط عمودی برهرخط معلوم رسم‌کنند .

اما خط قائم منحصر است به خطوطی‌که باخط شاقولی موازی هستند به عبارت دیگر درمقام مقایسه با افق « ازبالا به پایین راست می‌ایستند » .

قائم‌را بـه انگلیسی Vertical می‌گویند . بگذارید از اصل و

نسب این کلمه جویا شویم تامعنی آن را بهتر بفهمیم . لغت vertical ازکلمهٔ vertex مشتق شده که معنی آن بالاترین نقطه‌است ودراصطلاح نجوم آن را سمت‌الرأس می‌نامند .

سمت‌الرأس شما درآسمان مستقیماً بالای سر شما است و این برای شما بالاترین نقطه است . اگر می‌توانستید یك خط شاقولی از آن نقطه بیاویزید گلولهٔ سربی آن با سرشما تماس پیدا می‌کرد .

اگرشما یك خط شاقولی را از بالا امتداد دهید و در امتداد (راستای) آن نگاه‌کنید چشم‌شما سمت‌الرأس خط شاقولی‌راخواهددید.

پس یك خط قائم بریك خط افقی عمود است اما به هیچ نوع خط دیگری عمود نیست .

به همین‌طریق از « رأس » یك مثلث گفتگومی‌کنیم ـ بالاترین نقطه دربالای خط قاعده ـ و این درچند صفحهٔ بعد هنگامی‌که از محاسبهٔ مساحت یعنی مقدار فضایی (سطحی) که دریك مثلث محصور است بحث می‌کنیم بسیار مهم می‌باشد .

اکنون برمی‌گردیم به قدماء خیالی (فرضی) خودمان که به مثلث قائم‌الزاویه به عنوان مثلث نمونه‌که باید بایك دایره به کاررود رأی دادند .

بدواً ازآنان سؤال خواهیم کرد که چگونه باید زوایای‌قائمه ساخت . به‌عبارت دیگرچگونه بابه‌کاربردن پرگار وخط‌کش میتوان خطی رسم کرد که برخط دیگری عمود باشد .

رسم کردن زاویه‌های قائمه

اگر فقط یك زاویهٔ قائمه می‌خواهید رسم کنید بدون آنکه یکی از اضلاع آن عمود بر خط معینی باشد آسان‌ترین راه آن در نمودار صفحهٔ ۷۲ نشان داده شده است.

اول پاره خط از A تا B را رسم کنید. سپس نقطه‌ای روی این خط بگیرید و آن را C بنامید تا بتوانید آن را مرکز قرارداده با پرگار دایره‌ای رسم کنید. دهانهٔ پرگار را هرقدر که می‌خواهید باز کنید و یك دایره رسم کنید.

بعد نقطه دلخواهی هرجاکه می‌خواهید روی دایره بگیرید و آن نقطه را به دوانتهای قطر وصل کنید.

برای این نمودار من پنج نقطه بدون ترتیب معینی انتخاب کرده‌ام واز هریك از آنها به دوانتهای قطر وصل کرده‌ام.

هریك از این پنج زاویه‌که رأسشان روی دایره است قائمه می‌باشند.

می‌گوییم‌که این زاویه‌ها دردایره « محاط » شده‌اند (درداخل دایره رسم‌شده‌اند) ومی‌توانیم ثابت‌کنیم‌که این زاویه‌ها قائمه (°۹۰) هستند وبرای اینکار از یك قاعدهٔ هندسی استفاده می‌کنیم این قاعده می‌گویدکه اندازه هر زاویهٔ محاطی نصف‌کمانی‌است که محصوراست بین دو نقطه‌ای کـه اضلاع آن زاویه دایره را قطع می‌کنند یعنی کمانی از دایره که دوضلع زاویه آن را دربر می‌گیرند.

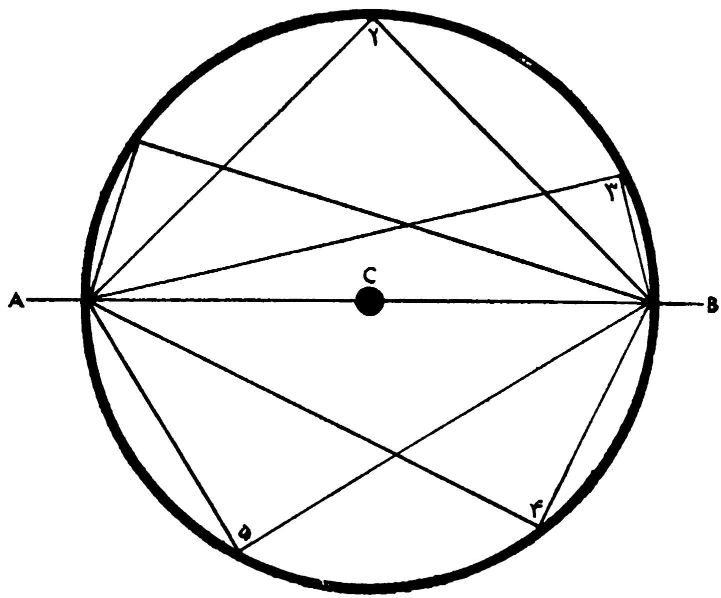
دراینجا درهر پنج حالت خطوطی که مثلث را پدید می‌آورند قطر دایره را دربر دارند. قطر پاره خط راستی است‌که دایره را به دونیم تقسیم می‌کند وبه‌طوری‌که درچند صفحهٔ قبل‌آموختیم این‌قطر نمایندهٔ زاویهٔ °۱۸۰ است.

بنابراین همهٔ این زاویه‌های محاطی کمان °۱۸۰ دربردارند. قاعدهٔ مذکور می‌گوید که اندازهٔ این زوایا نصف‌کمان است پس هر زاویه نصف °۱۸۰ یعنی °۹۰ است و °۹۰ زاویه قائمه می‌باشد.

نمودارزیر آسانترین راه رسم زاویه‌های قائمه رانشان می‌دهد اما به‌ما نمی‌آموزد کـه چگونه خط معینی رابگیریم وخط دیگری رسم کنیم‌که باآن زاویهٔ قائمه تشکیل دهد. به عبارت دیگرچگونه خطی بر هر خط دیگر عمود کنیم. این مسأله ممکن است دوشکل به خود بگیرد.

اول: ممکن است نقطه‌ای **در روی** خط اختیار کنیم و از آن نقطه عمودی برآن خط **اخراج** کنیم.

دوم : ممکن‌است نقطه‌ای در **خارج** خط یعنی در بالا یا در زیر آن بگیریم و از آن نقطه عمودی بر آن خط **فرود** آوریم .



شکل ۲۳

اکنون پرگار و خط‌کش خود را بگیرید و در حل مسألهٔ اول ـ نقطه در روی خط واقع است ـ از من پیروی کنید . بـه شکل صفحه ۷۴ نگاه‌کنید .

خط راستی از A تا B رسم‌کنید .

هـر نقطه‌ای کـه می‌خواهید روی خط اختیار کنید و آن را p بنامید .

سر سوزن پرگار را در نقطهٔ P بگذارید و دهانهٔ پرگار را هرقدر می‌خواهید باز کنید وکمانهای کوچکی در ۱و۲ رسم کنید. این دو کمان کوچك از P به یك فاصله‌اند.

اکنون دهانهٔ پرگار را تقریباً به‌اندازهٔ سه چهارم فاصلهٔ ۱ تا۲ باز کنید و نوك پرگار را در ۱ بگذارید وکمانهای کوتاه ۳ و ٤ رارسم کنید. سپس بدون آنکه فاصلهٔ دهانهٔ پرگار را بهم زنید سوزن پرگار را در ۲ بگذارید وکمانهای کوچك دیگری در ۳ و ٤ رسم کنید؛

باخط‌کش خطی رسم کنیدکه فصل مشترك کمانهای ۳ را به‌فصل مشترك کمانهای ٤ وصل کند. این خط خط A − B رادر نقطهٔ P قطع می‌کند وبر A − B عمود است.

آنجا که این دوخط یکدیگر راقطع می‌کنند زوایای قائمه تشکیل می‌دهند.

اکنون از نمودار دیگر برای حل مسألهٔ دوم استفاده کنید. در اینجاخط معلوم از A تا B رادرایم و نقطهٔ P در **خارج خط** A − B است وما باید از نقطهٔ P خطی رسم کنیم که برخط A B عمود باشد.

سرسوزن پرگاررا درنقطهٔ P بگذارید ودهانهٔ آن راکمی بیشتر از دوری P ازخط A ـ B باز کنید وکمانهای کوچك ۱و۲ رارسم کنید.

بدون آنکه فاصلهٔ دهانه پرگار را تغییر دهید نوك سوزن پرگار را در۱ بگذارید وکمانهای کوچکی در P ودر ۳ رسم کنید.

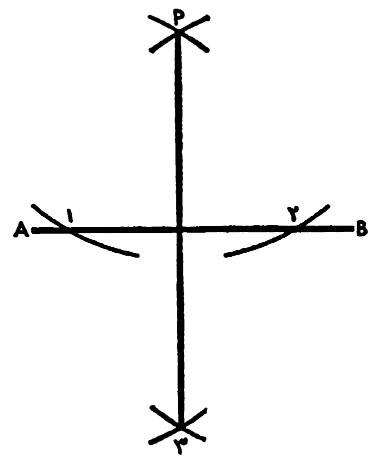
باز بدون آنکه فاصلهٔ دهانهٔ پرگار را تغییر دهید سرسوزن

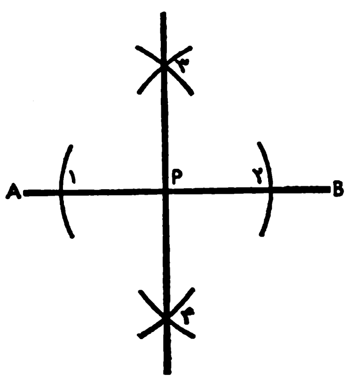
پرگاررا در۲ بگذارید وباز کمانهایی در P و۳ رسم کنید تاکمانهایی که به مرکز ۱ رسم کرده‌اید قطع کنند .

باخط‌کش خط راست از P تا ۳ را رسم کنید .

این خط برخط A ـ B عمود است .

به این ترتیب واضح می‌شود که ریاضیدانان قدیم برای رسم‌کردن زاویه‌های قائمه اشکالی نداشته‌اند .





شکل ۲٤

مثلث متساوی‌الساقین

اما مسأله‌این است : آیا زوایای قائمه ربطی بایك دایره دارند واگر دارند آیا واقعاً این رابطه ارزشی دارد ؟

شایدبهترین راه جواب دادن به سؤال‌اول درنمودار صفحهٔ ۷۷ نشان داده شده باشد .

دراینجا مابه طورساده ازهمان راهی که برای اخراج کردن عمودبریك خط دیدیم عمودی براین خطرسم می‌کنیم . بعدسرسوزن پرگار را در فصل مشترك می‌گذاریم و دایره‌ای رسم می‌کنیم وسپس خطوطی که انتهاهای دوقطر رابه هم وصل می‌کنند رسم می‌کنیم .

این‌روش‌چهارمثلث قائم‌الزاویه دردایره برای ماپدید میآورد. اما اینها نوع بسیار خاصی از مثلث قائم‌الزاویه هستند .

هریك از اضلاعی که زاویهٔ قائمه تشکیل می‌دهند یك شعاع دایره هستند .

دریك دایره همهٔ شعاعها باهم مساویند ومعنی این آن است که هریك ازاین چهار مثلث دوضلع متساوی دارند .

عده‌ای ازریاضیدانان هنوزهم اضلاع یك زاویه را « ساقهای » زاویه می‌نامند و استعمال این اصطلاح اصل ونسب اسم خاصی را که به‌این نوع مثلث داده شده است به خاطر ما می‌آورد .

متساوی‌الساقین را به‌انگلیسی Isoscele می‌گویند و ریشه‌های این اسم خاص عبارتند ازدوکلمه یونانی isos یعنی «متساوی» و skelos یعنی «ساق» .

بنابراین از آن‌جهت این مثلثها را متساوی‌الساقین می‌نامند که ساقها یا ضلعهای آنها که زاویهٔ قائمه می‌سازند با هم مساویند .

همچنین معنی این آن است که دو زاویهٔ حادهٔ هر یك ازاین مثلثها با هم مساویند و معنی این به‌نوبهٔ خود آن است که هریك از این زاویه‌ها °٤٥ هستند . اگردلیل می‌خواهید مسأله‌را به‌شکل‌زیر تجزیه کنید :

مجموع زوایای یك مثلث °١٨٠ است .

زاویهٔ قائمه °٩٠ است .

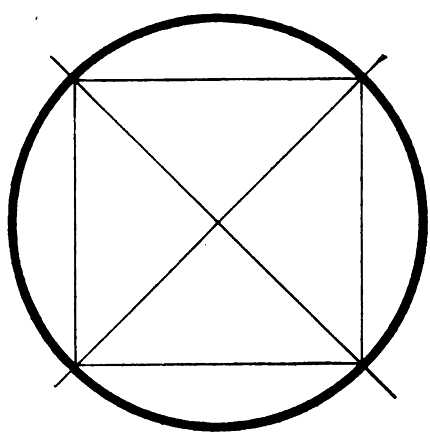
این °٩٠ را از °١٨٠ کم کنید °٩٠ باقی‌می‌ماندکه باید بین دو زاویهٔ دیگر تقسیم شود .

چون این دو زاویه با هم مساویند هر یك ازآنها نصف °٩٠ یعنی °٤٥ است . در بارهٔ ارزش این مثلثها می‌توانید یکی ازمواردی

را که این مثلث در آن بسیار مهم بوده است برای خود ثابت کنید .

پرگار و خط‌کش خود را به‌کار برید و نمودار زیر را بسازید و نقطه‌هایی‌را که در آنجاها چهار مثلث با دایره تماس دارند نشان کنید.

نقطهٔ بالایی را **شمال** و نقطهٔ سمت راست را **مشرق** و نقطه پایینی را **جنوب** و نقطهٔ سمت چپ را **مغرب** بنامید . پس از آنکه این کار را



شکل ۲۵

انجام دادید کاملاً واضح است که شما دارید صفحهٔ پرگار دریایی را می‌سازید .

این نوع پرگار دارای سی و دو نقطه « سر » است یعنی دایرهٔ آن به‌سی‌ودو قسمت متساوی تقسیم می‌شود .

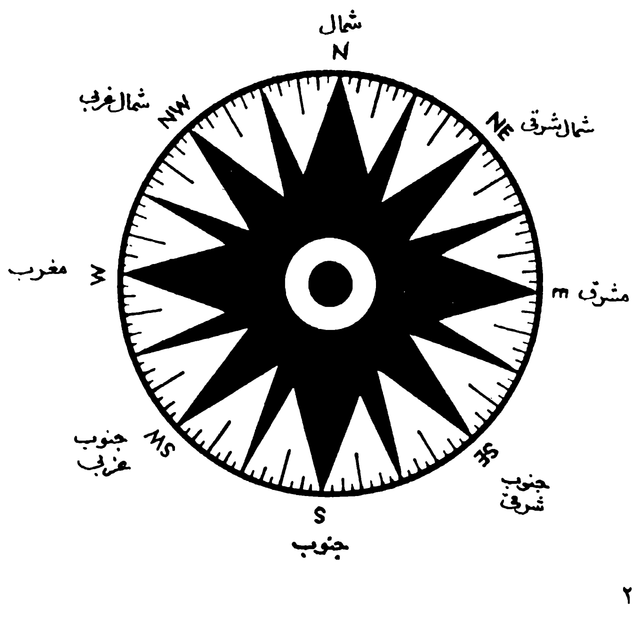
در شکل فقط چهار تا از این نقطه‌ها برای ما معلوم شد .

بابه‌کار بردن روشی که برای صفحهٔ ساعت دیواری به‌کاربردیم هر یك از چهار زاویـه را به‌دونیم کنید و به‌این ترتیب هشت نقطه به‌دست آورید .

باز زاویه‌ها را به‌دونیم‌کنید و شانزده نقطه خواهید داشت .

باز دونیم کنید و سی‌ودونقطهٔ مطلوب به‌دست می‌آید .

در صفحه‌های بزرگ پرگار دریایی مانند آنکه در زیر نشان داده شده است این‌نقطه‌ها باز نصف‌شده‌اند تانیم نقطه‌ها به‌دست‌آیند و آنها نیز نصف شده‌اند تا ربع نقطه‌ها حاصل شوند .



شکل ۲٦

به‌این ترتیب درك می‌کنیم که مثلثهارا می‌توان در دایره قرار داد و کشف می‌کنیم که آنها لااقل یك نوع فایده دارند که ارزش و شهرت جهانی دارد.

اندازه گیری یک ستون سنگی (Obelisk)

برای منجمان و کاهنان بزرگ مصرقدیم سایهٔ ستونهای سنگی به‌منظور ثبت کردن ارتفاع خورشید در بالای افق در اوقات مختلف روز و روزهای مختلف سال مهم بود .

وقتی خورشیدطلوع می‌کرد سایهٔ آن بزرگترین طول‌را داشت.

همینکه خورشید در آسمان بالامی‌رفت سایهٔ آن متدرجاً کوتاه می‌شد تا به کوتاهترین سایه‌که می‌گفتند ظهراست می‌رسید وخورشید در آن موقع درست جنوبی بود .

به‌زودی واضح شدکه درهرروز خورشید درموقع ظهر به‌بلندترین ارتفاع خود درآن روز می‌رسد. اماارقام ثبت شده نشان می‌داد که سایه‌ها در ظهرهای زمستان بسیار طویلتر از سایه‌هـای ظهرهای تابستان است . معنی این آن بودکه خورشید ظهر زمستان بسیار در آسمان پایینتر از ظهر تابستان بود .

در صفحات ۳۹ تا ٤۲ آموختیم که کاهنان بزرگ خورشید را واقعاً خدای بزرگ را می‌پنداشتند و نیز دانستیم که عقربه‌های جهت‌نمایی که آنان روی پایه‌های سنگی موضع‌نمابرای ثبت‌مکانهای طلوع خورشید در هر روز به‌کار می‌بردند آغاز پیشرفت ما در بارهٔ مثلثها شد.

به‌این ترتیب‌طول سایهٔ ستونهای سنگی در موقع ظهرروزهای مختلف سال قسمت مهمی از ارقامی‌را که آنان ثبت می‌کردندتشکیل می‌داد.

طولی نکشید که آنان حدس زدند که مابین سایهٔ ستونهای سنگی و ارتفاع آنها رابطه‌ای موجود است اما نمی‌توانستند بدون آنکه قبلاً ارتفاع ستون سنگی را بدانند این رابطه را به‌حساب درآورند.

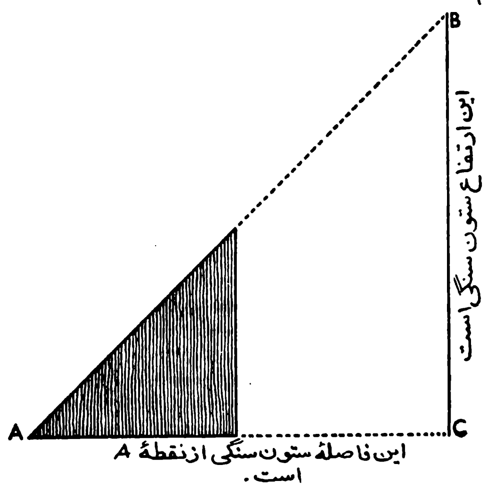
اما چگونه ممکن بود کسی واقعاً ارتفاع آن ستونهای مرتفع را که سطحشان صیقلی بود اندازه بگیرد؟ نمی‌شد با در دست‌داشتن یك متر طولانی به‌قلهٔ آن‌ستونها صعودکرد. مثلث قائم‌الزاویهٔ‌متساوی الساقین مسأله را برای آنها حل‌کرد.

شکل ۲۷ مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقینی‌را نشان می‌دهد که یکی‌ازساقهای‌آن قاعدهٔ مثلث وساق دیگرآن ارتفاع مثلث‌گرفته شده است.

آموختیم‌که زاویه‌های‌حاده مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین

هر یك 45° هستند.

اکنون قاعده و وتر (ضلع روبروی زاویهٔ قائمه) را نقطه‌چین امتداد می‌دهیم. زاویه‌ای که رأسش A است باز 45° است. پس اگر



شکل ۲۷

نقطه‌ای در امتداد وتر اختیار کنیم و عمودی از آن « فرود آوریم » (به‌صفحه۷۴ رجوع کنید) بازیك مثلث‌قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین خواهیم داشت و بلندی عمود مساوی با طول قاعدهٔ امتداد یافتهٔ‌مثلث خواهد بود.

قدما دریافتندکه می‌توانند مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقینی بسازند و قاعدهٔ آن را چنانکه درنمودار همین صفحه نشان داده شده است با پایهٔ ستون سنگی در نقطهٔ C روی یك خط قرار دهند و چشم

خود را در نقطهٔ A بگذارند و آنقدر مثلث را پس و پیش کنند تاخط دیدشان‌در طول وتر مثلث‌درست به‌رأس‌ستون‌سنگی‌در نقطهٔ B نشانه‌رود.

مسأله حل شده بود و تنهاکاری که برایشان‌باقی مانده بوداین بودکه فاصلهٔ آن نقطه (نقطهٔ رصد) را ازستون‌سنگی اندازه‌بگیرند واین مساوی با ارتفاع ستون سنگی بود زیرا آن‌خطهای‌نشانه‌گیری بازهم با هم مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین می‌ساختند .

بسیار خوب ، خواهیدگفت « این کار درروزگار قدیم لازم‌بود اما دیگر امروز به‌آن نوع نشانه روی احتیاجی نداریم .»

احتیاجی نداریم ؟

به‌ندرت یك ساعت در هر روز یا یك روز در هر سال می‌توان یافت که درست همین عمل توسط ناخدای یك کشتی که در نزدیکی ساحل یکی از کشورهای عالم کشتیرانی می‌کند انجام نگیرد .

اگر ازناخدا بپرسیدکه چه می‌کند سخنی از ستونهای‌سنگی مصر قدیم به‌میان نخواهد آورد .

وی خواهدگفت که : « سمت سینه و سمت بازو می‌گیرم.»

مثلثها در سمت‌یابی

در واقع در داخل هر کشتی تجارتی‌که درطول ساحلها باربری می کند آلتی هست موسوم به «پلوروس»[1] اصل این کلمه جالب توجه است . پلوروس نام مردی بود که هانیبال (آنی‌بال) را در یکی از قشون‌کشیهای بزرگ تاریخ قدیم از ایتالیا به‌خارج هدایت می کرد و پلوروسی که ما از آن گفتگو می‌کنیم یك آلت دریانوردی است‌که در هدایت‌کشتیها به‌کار می‌رود .

پلوروس آزادانه به‌وسیلهٔ دستگاهی مرکب از چندین حلقه آویخته شده است به‌طوری که همیشه سر آن به‌طرف بالا می‌ایستد و دارای یك صفحهٔ مدرج است . این صفحهٔ مدرج معمولاً طوری کار گذاشته می‌شود که نشانهٔ درجهٔ صفر آن مقابل با شکافی است که در یك حلقهٔ فلزی که آن‌را فرا گرفته است قرار دارد و این شکاف‌نشان

۱– Pelorus

دهنده خط لوبر یعنی یك موهومی است که ازطول کشتی عبور می‌کند و موازی با شاسی‌کشتی است .

به‌عبارت دیگر خط لوبر درست درامتدادی است که سینهٔ‌کشتی متوجه همان امتداد می‌باشد .

در اینجا روایت جدیدی از همان عقربه‌هـای جهت‌نمـا روی پایه‌های سنگی موضع‌نما در مصر قدیم داریم .

یك‌نوع پلوروس قابل حمل و آلت دیگری که در داخل‌کشتی کار می‌گذارند در صفحهٔ ۸۶ نشان داده شده است .

در هر انتهای این عقربهٔ جهت‌نما یك چهارچوب (چارچوب) فلزی قرار دارد که در موقعی که سرپوش آن گذاشته می‌شود به‌طور مسطح قرار می‌گیرد . این چارچوبهـا هنگامی‌که راست می‌ایستند آلت نشانه روی برای قراول‌گیری دقیق هستند .

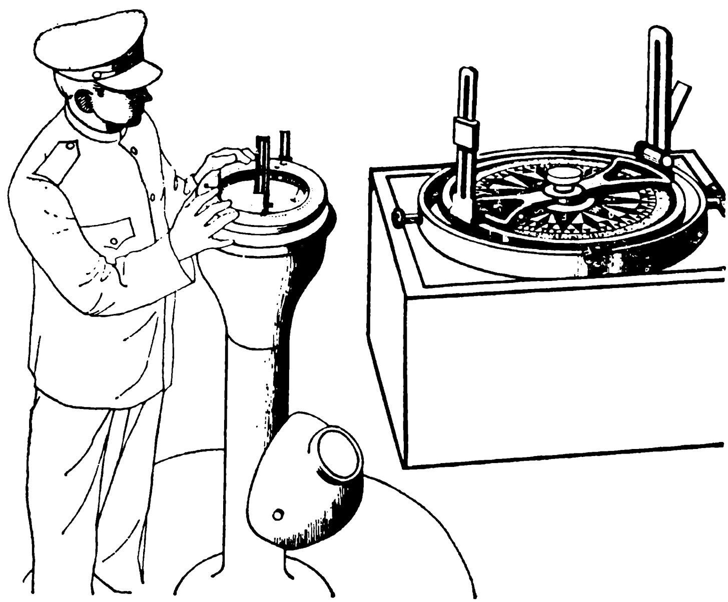
در انتهای چشمی این‌آلت روزنه‌ای است‌که می‌توان به‌دلخواه آن‌را بلند کرد یا خوابانید و در دورترین انتهای آن یك چارچوب فلزی با یك سیم نازك در زیر مرکز دهانهٔ آن قرار دارد .

وقتی‌این آلت‌را به‌کارمی‌برید‌عدهٔ درجات یابه‌اصطلاح «نقطهٔ» معین شده پرگار را می‌خوانید ــ اما این عدد **امتداد** پرگار را نشان نمی‌دهد .

این عدد نمایندهٔ زاویهٔ ــ یعنی سمت ــ چیزی است که نشانه‌ــ گیری‌شده درمقام مقایسه با امتداد حرکت‌کشتی که‌به‌وسیلهٔ خط‌لوبر

نموده می‌شود .

دولت در تمام طول ساحل دریاها فانوسهای دریایی وراهنماهای شناور و علامتهـای دیگری نصب‌کرده است تا کشتیرانـان از وجود



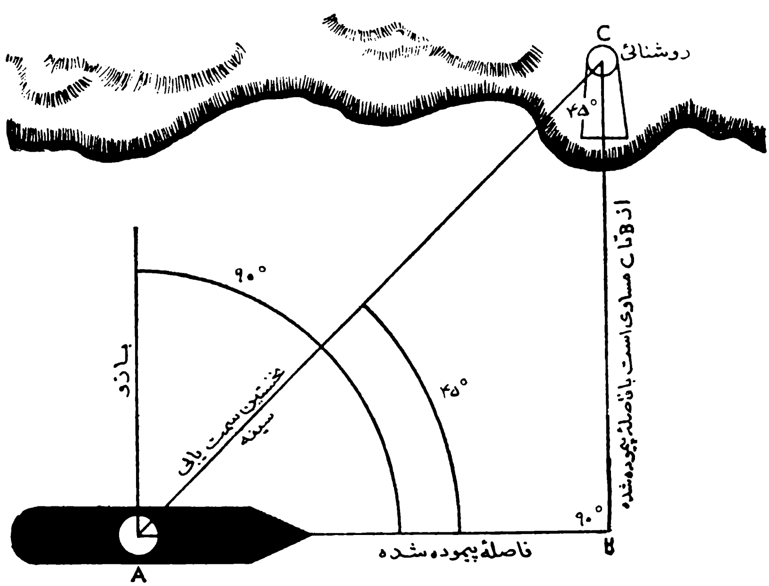
شکل ۲۸

جاهای کم عمق وخطرهای پنهانی آگاه شوند . این علامتها در نقشه‌های دریایی که ملوانان یا کشتیرانان همراه خود دارند بـا نوع خطر ــ جاهای کم عمق و اشیاء غوطه‌ور ــ نشان داده شده است . به این طریق ملوان می‌تواند به‌وسیلهٔ نقشه بداند که درچه فاصله‌ای دور از کرانهٔ دریا باید حرکت کند تا در امان باشد .

در نمودار زیر یك حالت فرضی نشان داده شده است .

ملوان کاملاً مطمئن است‌که به‌اندازهٔ کافی دور از کرانه است اما وقتی روشنایی را می‌بیند تصمیم می‌گیرد که درست حساب کند در چه‌فاصله‌ای قراردارد تا یقین کامل داشته باشد .

برای این‌کار وی به‌طرف پلوروس می‌رود و یکی ازهمکارانش را مأمور می‌کند تامتوجه‌دستگاهی که سرعت‌سنج‌نامیده می‌شودباشد.



شکل ۲۹

ملوان پلوروس‌را برای سمت ۴۵° میزان می‌کند و این‌را **سمت سینه‌ای** می‌نامند . یك **سمت بازویی** ۹۰° است ــ با امتداد حرکت کشتی

زاویهٔ قائمه تشکیل می‌دهد .

وقتی‌که سیم‌پلوروس که ازروزنهٔ دید به‌آن نگاه می‌کنند‌درست مقابل فانوس دریایی قرار گیرد نمره‌ای را که روی صفحهٔ شماره‌گیر سرعت سنج‌خوانده می‌شود یادداشت می‌کنند .

سپس ملوان پلوروس را برای سمت °۹۰ میزان می‌کند و این را سمت بازویی می‌نامند . وقتی‌که سیم درست مقـابل روشنایی قرار گرفت نمرهٔ‌صفحه سرعت‌سنج را ازنو می‌خوانند وتفاصل این دونمره فاصله‌ای است که‌کشتی پیموده است ـ از A تا B روی نمودار . واین فاصلهٔ پیموده شده عبارت است از فـاصلهٔ روشنایی وقتی‌که در سمت بازو قرار گرفته است .

گمان می‌کنم‌که یك نظر به‌نمودار فوراً به‌شما نشان خواهدداد که ملوان سروکارش با مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین‌است درست همانگونه که کاهنان در موقع اندازه گیری ارتفاع ستون سنگی بـا این مثلثها سروکار داشتند .

استدلال این مطلب بسیار ساده است .

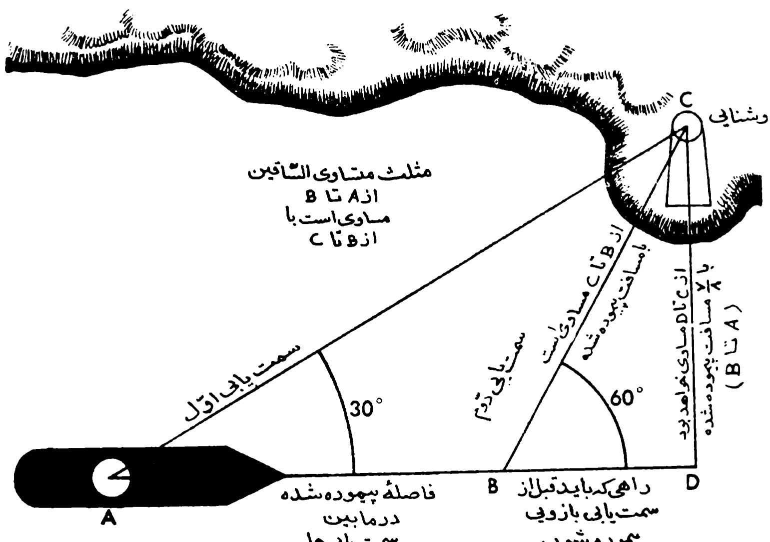
وقتی روشنایی در سمت پهلوبود زاویه °۹۰ بود ـ زاویه قائمه در سمت‌یابی اول زاویهٔ °٤٥ بود به‌طوری‌که زاویهٔ روشنایی‌در آن موقع بایستی °٤٥ باشد ومعنی این یك مثلث قائم‌الزاویهٔ‌متساوی الساقین است ـ با دوضلع متساوی .

دو ضلع عبارت بودند ازفاصله‌ای که‌کشتی از A تا B پیموده و

فاصلهٔ از B تا روشنایی.

توجه کنید که در این روش زاویه‌های سمت‌یابی دوبرابر شد. سمت‌یابی سینه‌ای °۴۵ وسمت‌یابی بازویی‌دوبرابر °۴۵ یعنی °۹۰ بود.

دو برابر کردن زاویه برای ترکیبات دیگری از سمت‌یابی نیز به‌کار می‌رود و در جدولهای دریابانان فهرست وطرز به‌کار بردن مفیدترین ترکیبات درج شده است.



شکل ۳۰

در روش دوبرابر کردن سمت‌یابی سینه‌ای وبازویی ملوان باید کاملاً مطمئن باشد که برای در امان بودن به‌اندازه کافی از ساحل فاصله‌دارد. زیرا اگر اشتباه‌کرده باشد درمدتی که سمت‌یابی بازویی

را انجام می‌دهد دیگر کاری از دستش بر نخواهد آمد .

اما حالت‌خاص دیگری از دوبرابر کردن زاویه هست که قبلاً پیش‌بینی می‌کند که درموقعی‌که وی سمت‌یابی‌بازویی‌را انجام می‌دهد در چه فاصله از ساحل قرار دارد .

بهترین‌نوع‌این سمت‌یابی °۳۰ ـ °۶۰است. نمودارفوق‌مثلثهای متساوی‌الساقین این نوع را نشان می‌دهد .

سمت‌یابی‌اول در °۳۰ است وشمارهٔ سرعت سنج‌را در این‌موقع می‌خوانند . وقتی‌که سمت به °۶۰ می‌رسد از نو شمارهٔ سرعت‌سنج را می‌خوانند و فاصله را حساب می‌کنند .

اگر به مثلث ABC در نمودار نگاه‌کنید خواهید دید که مثلث متساوی‌الساقین (دوضلع متساوی) دیگری داریم اگرچه این مثلث دیگر قائم‌الزاویه نیست .

فاصلهٔ پیموده شده در مابین دوسمت‌یابی مساوی خواهد بود با فاصله از روشنایی وقتی کشتی در B واقع‌است ـ سمت‌یابی‌دوم (°۶۰)

اما مهمترین قسمت این‌عمل پیشگویی‌آن است که اگر کشتی همان اندازه راه بپیماید تا روشنایی در سمت بازو قرار گیرد در چه فاصله از ساحل واقع خواهد بود .

این فاصله هفت هشتم فاصلهٔ پیموده شده درمابین دو سمت‌یابی است و اگر نقشهٔ دریایی‌نشان دهدکه این فاصله فاصلهٔ مطمئنی نیست وقت آن‌هست‌که ملوان‌مسیر کشتی‌راعوض‌کند ودورتر ازساحل بایستد.

یك زاویه چه‌اندازه ممکن‌است بزرگ باشد

دراین بحثها چندین بارمطلبی دربارهٔ خط راستی که‌اندازه‌اش °۱۸۰ است گفته‌ام چنانکه گویی خط راست زاویه است .

البته خط راست شبیه زاویه نیست و با به‌خاطر آوردن اینکه کلمهٔ یونانی گونیا (Gcnia) به‌معنی «گوشه» است مشکل است‌خط راست را مانند زاویه تصور کرد .

کاملاً امکان‌دارد که‌قدما به‌این طریق به‌خط راست‌نگاه‌نکرده باشند. اما بایدبه‌خاطر آوریم که‌قدما زیادبا اعدادحساب نمی‌کرده‌اند. آنان مسائل خود را با خط‌کش وپرگار « می‌ساخته‌اند » .

اما وقتی که اطلاع بشر در بارهٔ اعداد روبه‌فزونی گذاشت وی روش جمع و تفریق وضرب وتقسیم‌را بسط داد وبه‌کار بست . به‌عبارت دیگر وقتی که حساب و دیگر اعمال ریاضی بهتر تحت نظم و ترتیب درآمد لازم شد که فکر اصلی‌گوشه فراموش شود .

به‌عنوان مثال فرض کنید که بخواهیم سه زاویه را با هم جمع کنیم و یك زاویه °۹۷ و دیگری °۹۸ و سومی °۳۷ باشد.

آنها را با هم جمع کنید تـا زاویهٔ ۲۳۲ به‌دست آید ـ و این بیش از یك خط راست است. این شبیه خط راستی است که در وسط به‌عقب خم شده باشد.

با این حال بـه منظور جمع و تفریق بـاید آن را یك زاویه بپندارید زیـرا ممکن است بعداً مجبور شوید آن را درتر کیب بـا بعضی زوایای دیگر به کار برید.

نتیجه این شده است که درمثلثات جدید نـاچار شده‌ایم فکر گوشه رارها کنیم وزاویه رامقداری درنظر بگیریم که حدنداشته باشد.

شاید با استفاده ازیك ساعت دیواری و کمی تصور بتوانیم تصویر ذهنی روشنتری ازاین به دست آوریم.

دیده‌ایم که دایرهٔ حول صفحهٔ یك ساعت دیواری به ۶۰ علامت دقیقه تقسیم شده‌است. چون یك دایره ۳۶۰ درجه است معنی ایـن آن است که هردو علامت دقیقهٔ مجاور ۶ درجه ازهم دورهستند.

درهرپنج دقیقه یك شمارهٔ ساعت هست. بنابراین اعدادساعتها ازهم °۳۰ دور هستند.

اکنون به‌یك ساعت دیواری می‌نگریم تا ببینیم دربارهٔ زاویه هاچه چیز به ما می‌آموزد. فرض می کنیم که ساعت دیواری‌که مورد استعمال قرار می‌دهیم دیگر برای تعیین زمـان مفید نباشد اماهنوز

کم و بیش کار کند و عقربهٔ ساعت شمار آن در مقابل شمارهٔ ۰۰ : ۱۲ ایستاده باشد . به این طریق عقربهٔ دقیقه شمار به‌حرکت خود ادامه می‌دهد اما عقربهٔ ساعت شمار ساعت ۰۰ : ۱۲ را نشان می‌دهد .

وقتی مشاهدهٔ خود را شروع می‌کنیم عقربهٔ دقیقه شمار نیز در سر ساعت ۰۰ : ۱۲ است ودو عقربه باهم هستند .

سپس عقربهٔ دقیقه شمارحرکت خودرا شروع می‌کند وباعقربهٔ ساعت شمار که ساکن‌ایستاده است زاویه‌ای تشکیل می‌دهد . به‌زبان مثلثات خواهیم گفت که عقربهٔ دقیقه شمار زاویه « طی می کند » و خواهیم گفت‌که عقربهٔ ساعت شمار « ضلع مبدأ » است یعنی ضلعی‌که همهٔ زوایا ابتدا از آن حساب می‌شوند .

وقتی‌که عقربهٔ دقیقه شماربه علامت ۵ دقیقه می‌رسد یك‌زاویه که ۵ برابر 6° یعنی 30° است‌طی‌کرده (زاویه مابین علامات دقیقه‌ها) این زاویهٔ بین دوعقربه در ۵ دقیقه است .

وقتی که عقربهٔ دقیقه شمار به علامت ۱۰ دقیقه می‌رسد یك زاویهٔ 60° طی کرده است . به آسانی می‌توان دید که وقتی به ۱۵ دقیقه برسد دوعقربه باهم زاویهٔ قائمه تشکیل می‌دهند .

به‌این ترتیب در علامت ۱۰ دقیقه (60°) از خود می‌پرسیم : « چند درجهٔ دیگر باید هنوز بپیماید تا زاویهٔ قائمه پدیدآید ؟ »

البته جواب 30° (۵ دقیقه) است .

۶۰ درجه پیموده شده‌است وباید 30° دیگر طی کند . برای‌این

است که می‌گوییم آن دو زاویه (°۶۰ و °۳۰) متمم یکدیگر هستند .

قاعده : دو زاویه درصورتی متمم یکدیگر هستندکه مجموعشان °۹۰ باشد .

وقتی عقربهٔ دقیقه شمار به علامت ۱۵ دقیقه برسد وزاویهٔ قائمه تشکیل بدهد توجه شمارا به تغییری که ممکن‌است متوجه آن نشده باشید جلب می‌کنم .

قبل از آنکه زاویهٔ قائمه تشکیل شود همه زاویه‌ها « تند » بودند . کناره‌هایی داشتندکه دریك افزار می‌توانست برای بریدن به کار رود . اینها زوایایی هستندکه آنها را **حاده** می‌نامیم .

حاده را به انگلیسی Acute می‌گویند واین‌کلمه ازلفظ لاتینی acuo به‌معنی « تیز کردن» می‌آید . اگردردی ناگهانی داشته‌باشید به طبیب خود می‌گویید درد « تندی » است اما شاید طبیب شما آن را درد « حادی » بنامد .

قاعده : زاویهٔ حاده زاویه‌ای است‌که از °۹۰ کمتر باشد

اگرعقربهٔ دقیقه شماردر۱۵دقیقه باشدیك زاویهٔ قائمه داریم . بعض مردم این را زاویهٔ « مربع » می‌نامند زیرا چهار گوشهٔ مربع زاویه‌های قائمه هستند .

حالا دیگر زوایای ماحاده نیستند . ازاینجا تا ۳۰ دقیقه‌زوایا باز هستند . دریك افزار می‌توان آنها را برای‌کوبیدن به کار بردنه برای بریدن .

درمثلثات این زوایا را **منفرجه** می‌نامیم. منفرجه رابه انگلیسی Obtuse می‌گویند واگردر بارهٔ اصل این کلمه تجسس کنیم می‌بینیم که ازکلمه‌های لاتینی Ob به معنی «به» و Tundo به‌معنی «زدن» پدید آمده است ـ و «زدن‌به» درست طریق دیگری برای معنی «کوبیدن» است.

اگر وقت خود را در مزرعه گذارنده باشید شاید متوجه شده باشید که زارع تنه‌های درخت رابرای هیزم زمستانش دونیم می‌کند. این یك مثال عملی برای دونوع زاویه می‌تواند باشد.

ابتدا زارع شکاف عمیقی باتبرش درتنهٔ درخت پدید می‌آورد. کناره‌های این شکاف زاویهٔ حاده (تند ـ برنده) می‌سازند.

سپس وی یك‌گوی‌فلزی دراین شکاف می‌گذارد (بازیك زاویه حاده).

بالاخره زارع باپتك خود گوه را در شکاف فرو می‌برد تا تنهٔ درخت به دونیم شود.

پتك زارع زاویهٔ حاده برای بریدن درخت ندارد. دو کنارهٔ آن زاویهٔ منفرجه باسطح آن می‌سازند تا برای «کوبیدن» به‌کارآید.

قاعده: زاویهٔ منفرجه زاویه‌ای است که بیش از $90°$ باشد اما به $180°$ (خط راست) نرسد.

اکنون برمی‌گردیم به‌ساعت دیواری و عقربهٔ دقیقه شمارآن، اما بازفرض می‌کنیم‌که عقربه ساعت‌شمارهمیشه در ۱۲:۰۰ ثابت باشد.

پس از آنکه عقربهٔ دقیقه‌شمار از علامت ۱۵ دقیقه گذشت زوایایی طی می‌کند که بیش از پیش منفرجه هستند. در ۲۰ دقیقه زاویهٔ °۱۲۰ و در ۲۵ دقیقه زاویهٔ °۱۵۰ است.

چند درجهٔ دیگر باید طی کند تا از ۲۵ دقیقه (°۱۵۰) به ۳۰ دقیقه (°۱۸۰) برسد و زاویهٔ «نیم صفحه» پدید آورد.

از °۱۵۰ تا °۱۸۰ اختلاف °۳۰ است پس می‌گوییم °۱۵۰ و °۳۰ مکمل یکدیگر هستند.

قاعده: دو زاویه وقتی مکمل یکدیگر هستند که مجموعشان °۱۸۰ باشد.

به‌این‌طریق دو اصطلاح به‌دست آوردیم که مهمترین اصطلاحات علم مثلثات هستند. بهتر است آنها را پیش هم بگذاریم و به‌خاطر بسپاریم:

دو زاویه:

متمم یکدیگر هستند اگر مجموعشان °۹۰ باشد.

مکمل یکدیگر هستند اگر مجموعشان °۱۸۰ باشد.

در حالی‌که ما مشغول بحث بودیم عقربهٔ دقیقه‌شمار به‌دوران (گردش) خود ادامه می‌داد وزوایایی طی‌می‌کرد. به‌علامت ۳۰ دقیقه رسید و زاویهٔ نیم صفحه پدید آورد. اما در آنجا نایستاد. در واقع تا جایی‌که از مثلثات بحث می‌کنیم عقربه می‌تواند مدام بگردد و باز می‌گوییم که زاویه طی می‌کند و اهمیت ندارد که چند بار بگردد.

به‌محض اینکه ازنشانهٔ ۳۰ دقیقه‌گذشت زاویهٔ بیش ازنیم صفحه طی می‌کند. پنج دقیقه بعد به‌نشانهٔ ۳۵ دقیقه رسیده وزاویهٔ °۲۱۰ طی کرده است .

اگر ساعت را فقط برای تعیین وقت بـه‌کار می‌بردیم احیانـاً نمی‌گفتیم که وقت ۳۵ دقیقه بعد از یك ساعت است بلکه می‌گفتیم که ۲۵ دقیقه به‌ساعت بعد مانده است .

وقتی به‌نشانهٔ ۳۵دقیقه رسیده‌ایم‌شایدبهتربدانید زاویهٔ‌حاده‌ای را که‌می‌بینید عقربه روی صفحه ساعت پدید آورده است به‌کار برید . این ۲۵ دقیقه قبل از ساعت است که در واقع اندازهٔ آن ۱۵۰ درجه است که وارونه ابتدا از وضع ثابت عقربهٔ ساعت‌شمار حساب می‌شود یعنی در سمت چپ ۰۰ : ۱۲ به‌جای سمت راست .

در حقیقت این روش را می‌توان درمثلثات به‌کار برد و غالباً در حین‌محاسبه این‌کار را می‌کنیم . اما اگرزاویه‌را وارونه حساب‌کنید باید علامت منها (—) در سمت چپ آن بگذارید وسپس آن‌را از °۳٦۰ کم کنید . درحالتی که مورد بحث ما است زاویه‌ای که آن را وارونه حساب کرده‌ایم °۱۵۰ با یك علامت منها است . اینطور

$$\begin{array}{r} ۳٦۰^\circ \\ -۱۵۰^\circ \\ \hline ۲۱۰^\circ \end{array}$$

در نجوم و دریانوردی عادت بر آن جـاری است که عده‌ای از

زوایا را با هم جمع کنندکه مجموع آنها بیش از 360° باشد ــ بیش از یك دورکامل در روی صفحه ساعت ــ بیش ازدو دور کامل غیرعادی نیست و اشکالی پیش نمی‌آورد .

فرض کنید که عقربهٔ دقیقه شمار ۲ ساعت و ۲۰ دقیقه پیموده باشد معنی این آن است که :

360° (۱ساعت)

به‌علاوه 360° (ساعت دوم)

به‌علاوه $\underline{120^\circ}$ (۲۰ دقیقه)

840° (۲ ساعت و ۲۰ دقیقه)

البته اگر محاسبهٔ ما در مورد مسألهٔ خاصی باشد ممکن است بخواهیم که نتیجه از 360° کمتر باشد . در این مورد به‌طریق زیر عمل می کنیم.

840° (۲ ساعت و ۲۰ دقیقه)

منهای $\underline{360^\circ}$

باقیمانده 480°

اما این هنوز یك زاویهٔ معمولی نیست و باز همین روش را با باقیمانده 480° عمل می‌کنیم :

480°

منهای $\underline{360^\circ}$

120°

واین زاویهٔ ظاهری است که عقربهٔ دقیقه‌شمار پس از ۲ ساعت و ۲۰ دقیقه طی کرده است .

بنابراین اندازهٔ یك زاویه از لحـاظ ریـاضی حد ندارد . اما معمولاً نتیجهٔ آخری‌را برحسب زاویه‌ای که کمتر از °۳۶۰ باشد به دست می‌آورند و برای‌این‌کار هر قدر لازم‌باشد ۳۶۰از نتیجه کم‌می‌کنند.

تابعهای یك زاویه

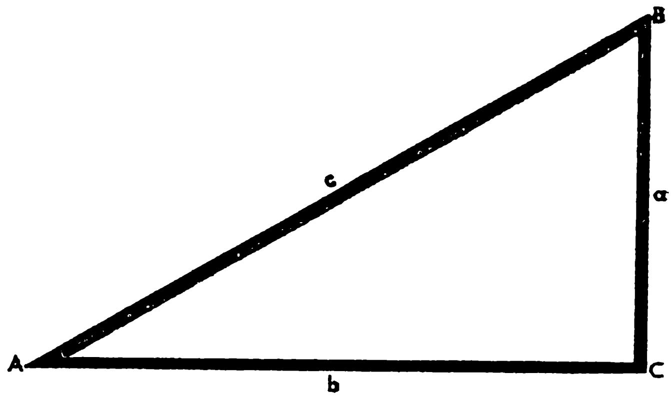
از قدیم به‌این مطلب پی برده بودند که مثلثها و دایره‌ها به‌هم تعلق دارند یعنی روابط معینی بین آنها وجود دارد.

در هر یك از کشورهای متمدن (باستانی) ریاضیدانان این روابط را بررسی کردند به‌این‌نحو که یا درحول انواع مختلف‌مثلثها دایره‌ها رسم کردند و یا ازمرکز یك مثلث‌دایره‌ای کشیدندکه باسه ضلع آن مثلث مماس باشد.

چون‌مثلث‌قائم‌الزاویه‌مواردِاستعمال‌زیاد داشت‌طبعاً‌ریاضیدانان توجه خاصی به‌آنها مبذول داشته و درطول زمان اجزاء مختلف‌مثلث را با روشهایی که مورد قبول همگان بود نامگذاری‌کرده‌اند و همین روشها است‌که در بیشتر کتابهای درسی امروزی ما به‌کار می‌رود.

فرض‌کنیم که یك مثلث قائم‌الزاویهٔ معمولی‌را در نظرگرفته‌ایم و ببینیم چگونه این دستگاه را به‌کار می‌برند.

به‌مثلث قـائم‌الزاویه شکـل ۳۱ نگاه کنید . سه‌رأس آن را با حروف بزرگ الفباء لاتینی نـامگذاری کرده‌ایم . حرف C اکنون تقریباً همیشه برای تعیین زاویهٔ قائمه به‌کار می‌رود .



شکل ۳۱

روی‌ضلع روبه‌روی هرزاویه همان‌حرف زاویه‌را قرار می‌دهیم جز اینکه برای ضلعها حروف کوچك را استعمال می‌کنیم تـا بتوان ضلعهارا ازرأسها تمیزداد . این‌همان روش‌معمولی است‌که درکتابهای درسی برای نامگذاری اجزاء مثلث به‌کار می‌رود .

نام زاویهٔ قائمه C (بزرگ) است و نام ضلع روبروی آن که بزرگترین ضلع‌مثلث می‌باشد c (کوچك) است . امااین بزرگترین ضلع‌همانگونه‌که درصفحهٔ ۸۲ بیان کردیم نام‌خاصی دارد. این‌ضلع‌را وتر مثلث قائم‌الزاویه می‌نامند .

این ضلع مخصوصاً وقتی اهمیت یافت که یك ریاضیدان یونانی در قدیم یکی از مفیدترین قوانین مثلثات را کشف کرد.

نام این ریاضیدان فیثاغورس بود وقانونی که‌وی اعلام کرد در بررسی مثلثها نقشی اساسی به‌عهده دارد. این قانون می گوید:

مربعی‌که روی وتر ساخته شودمساوی‌است با مجموع دومربع‌که روی دوضلع دیگر ساخته شوند.

شاید این قانون‌معما به‌نظر آید اما اگرشما هم ازهمان‌راهی که قدما عمل می‌کردند عمل کنید و شکلی به کمك خط‌کش رسم‌کنید قانون فوق بسیار واضح خواهدشد. توصیه می کنم که‌شکل را اکنون از همان راهی که درنمودار صفحهٔ بعدنشان داده شده است رسم‌کنید.

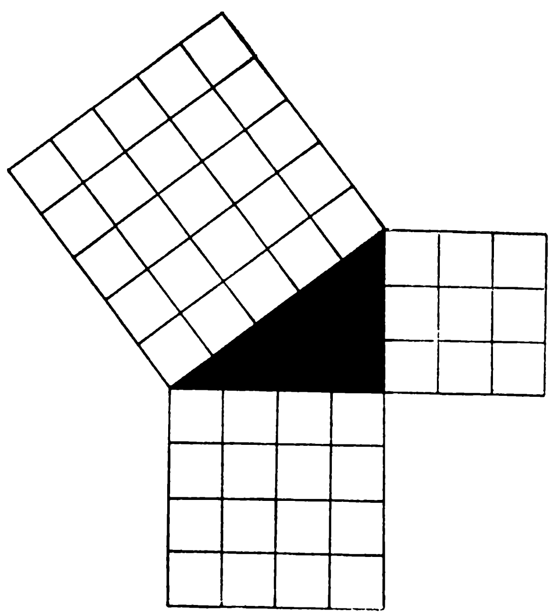
قاعدهٔ افقی مثلث را ٤ سانتیمتر وضلع قائم را ۳ سانتیمتر و وتر را ٥ سانتیمتر بگیرید ودرحالی‌که شکل‌را رسم می‌کنیدبه‌خاطر آورید که همیشه می‌توانید مثلثی قائم‌الزاویه بکشیدکه اضلاع آن۳ و ٤ و ٥ باشند خواه واحد شما سانتیمتر باشد خواه میلیمتر و خواه اینچ یا کیلومتر.

گذشته از این می‌توانید مثلث‌بزرگتری که بازهم قائم‌الزاویه باشد باضرب کردن اعداد فوق در۲یا ۳یا ٤یا هرعدد دیگری به‌دست آورید.

هنگامی‌که مثلث را با اضلاع ۳ و ٤ و ٥ رسم کردید روی هر ضلع آن یك‌مربع بسازید وآن مربعهارا به‌مربعهای‌کوچکی که‌ضلع

هر کدام یك سانتیمتر باشد تقسیم کنید و سپس مربعهای کوچك را بشمارید.

وتر ٥ سانتیمتر است و یك مربع ٥ در ٥ شامل ۲٥ مربع کوچك می‌باشد. ضلع قائم ۳ سانتیمتر است بـه‌قسمی که روی آن ۳ دفعه ۳ یعنی ۹ مربع کوچك دارید و قاعده افقی ٤ سانتیمتر است و روی آن ٤×٤ یعنی ١٦ مربع کوچك رسم کرده‌اید.



شکل ۳۲

اکنون ١٦ مربع روی قاعده را با ۹ مربع روی ضلع قائم جمع کنید می‌شود ۲٥ مربع و این همان عدهٔ مربعهای روی وتر است.

به‌این طریق در هر مثلث قائم‌الزاویه (باز به‌شکل صفحه ۱۰۱

نگاه کنید) :

ضلع a به‌قوهٔ ۲ (یعنی ضرب‌در خودش)

به‌علاوهٔ

ضلع b به‌قوهٔ ۲

مساوی است با

ضلع c (وتر) به‌قوهٔ ۲

به‌چند علت می‌خواهیم زاویهٔ مخصوصی‌را بررسی‌کنیم و ببینیم آن‌زاویه چه‌رابطه‌هایی با دایره‌دارد و برای‌اینکاردستگاه نامگذاری دیگری‌اختیارمی‌کنیم‌که‌بادستگاهی‌که قبلاً به‌کار بردیم‌اختلاف‌دارد.

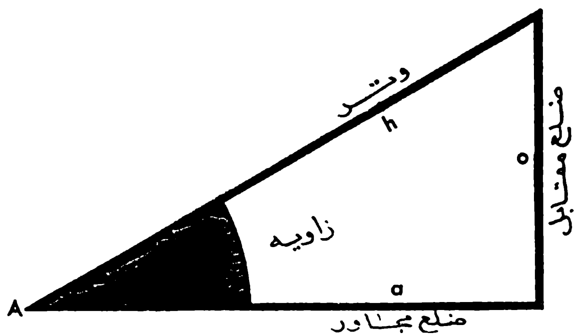
همان مثلث‌اول‌را (که درصفحه۱۰۱رسم‌کردیم) درنظربگیرید و فرض‌کنید در بارهٔ زاویه‌ای که آن را A نامیده‌ایم فکر می‌کنیم . این زاویه چه رابطه‌ای بادایره دارد وآیا مابین اضلاع‌نیز رابطه‌ای موجود است ؟

برای به‌دست آوردن جواب سؤالات فوق ریاضیدانان مجموعهٔ اسمهای مخصوصی برای اجزاء مثلث اختراع کرده‌اند . فعلاً توجه خود رافقط به‌زاویه‌ای‌که باحرف A تعیین‌کرده‌ایم معطوف می‌داریم .

ضلع روبروی زاویه را که طبعاً « ضلع‌مقابل » نامیده می‌شود باحرف کوچك o (حرف اول‌کلمهٔ انگلیسی Opposite = مقابل) نام می‌گذاریم .

اکنون دیگر با اصطلاح وترآشنا شده‌ایم و به‌همین دلیل این

اصطلاح را مرتباً به‌کار می‌بریم و در این دستگاه علامت گذاری وتر را با حرف کوچك h (حرف اول کلمهٔ انگلیسی hypotenues = وتر) مشخص می کنیم . ضلع قاعده مجاور زاویهٔ موردبحث است وبه‌همین



شکل ۳۳

علت آن را «ضلع مجاور » می‌نامیم و حرف کوچك a (حرف اول کلمهٔ انگلیسی adiacent = مجاور)را برای‌نامیدن‌آن به‌کار می‌بریم.

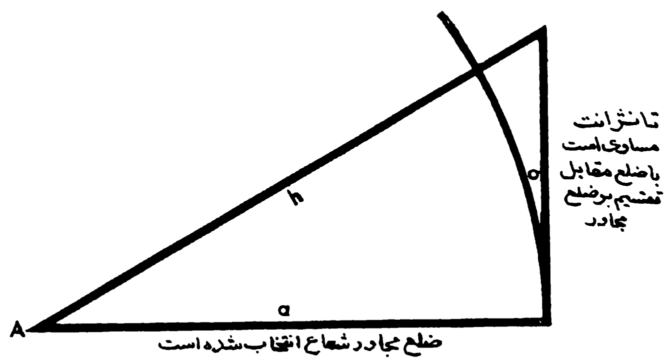
مثلث نامگذاری شدهٔ مادر فوق،روش نامیدن اضلاع را نشان می‌دهد .

اکنون می‌خواهیم رابطهٔ بین زاویه‌ها و دایره‌ها را بشناسیم و برای اینکار باید دایره‌ای رسم‌کنیم . نوك سوزن پرگار را روی رأس زاویه‌قرار می‌دهیم (یعنی رأس زاویه‌را مرکز دایره می‌گیریم)شعاع دایره را چگونه اختیارکنیم ؟

ضلع مجاور برای این کار مناسب به‌نظر می‌آید . این ضلع را

شعاع می‌گیریم وکمانی را که در مثلث زیر رسم شده است به‌دست می‌آوریم.

این کمان با ضلع مقابل‌درست مماس‌است واگر ترجیح می‌دهید می‌گوییم ضلع مقابل با کمان مماس می‌باشد.



شکل ۳٤

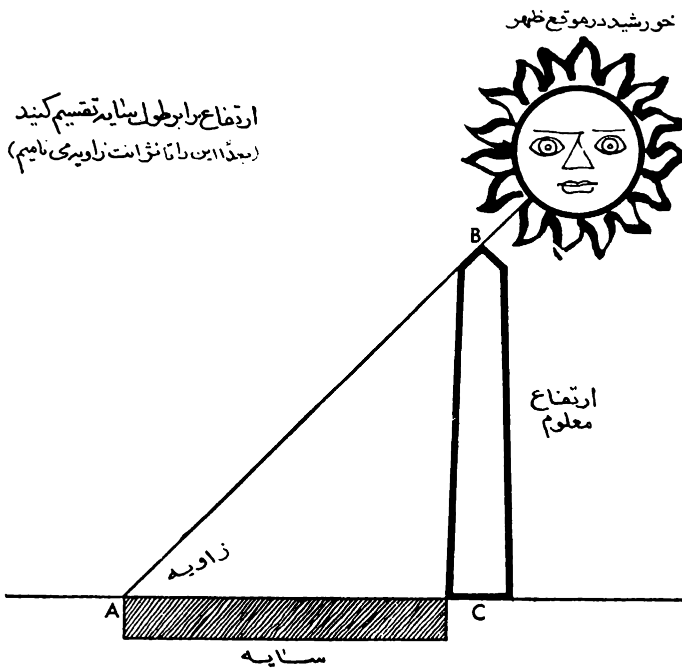
کلمه لاتینی معادل با تماس tango است و به‌این علت می‌گوییم ضلع بادایره مماس « تانژانت » است. البته این وقتی صحت داردکه ضلع مجاور را شعاع دایره بگیریم.

از آنچه‌گذشت چنین به‌نظر می‌آیدکه ضلع مقابل (تانژانت) رابطه‌ای با ضلع مجاور دارد.

آیا به‌خاطر داریدکه قبلاً بحث کردیم‌که چگونه منجمان‌در قدیم طول سایهٔ ستون سنگی را اندازه می‌گرفتند تا اطلاعی دربارهٔ ارتفاع خورشید در موقع ظهر به‌دست آورند؟ فرض کنید که همان

روش را در بارهٔ کمانی که در مثلث رسم کرده‌ایم به‌کار بندیم .

ضلع مقابل (تانژانت) به‌منزلهٔ ستون سنگی و ضلع مجاور سایهٔ آن می باشد . اگر منجمان قدیمی اینجا بودند ارتفاع ستون سنگی بر ایشان معلوم بود و می‌توانستند سایه‌را اندازه بگیرند (به‌شکل زیر نگاه کنید) .



شکل ۳۵

آیا رابطهٔ بین این دو طول می‌توانست ارتفاع خورشید را برحسب درجه برای آنان معلوم دارد ؟

ریاضیدانان یادداشتهایی‌را که در ظرف سالیان دراز تهیه شده بود بررسی کردند و سررشتهٔ کار را به‌دست آوردند.

تا هنگامی که زاویه تغییر نکند ارتفاع ستون سنگی (ضلع مقابل) تقسیم بر طول سایه (ضلع مجاور = شعاع دایره) همیشه مساوی با کسر معینی‌خواهد بود. برای آنان‌طبیعی بود که این‌کسر را تانژانت (ظل) زاویه‌بنامندواین کشف بزرگی‌بودزیرامی‌توانست برای مربوط‌ساختن طول‌سایه با ارتفاع‌هربنا به‌کار رودبه‌شرط‌آنکه ارتفاع بنا معلوم باشد.

هرگاه خورشید دریك ارتفاع‌معین باشدازتقسیم کردن‌ارتفاع بنا برطول سایهٔ آن بنا یك کسر معین حاصل می‌شود.

از این‌رو ریاضیدانان برآن شدندکه مقدار این کسر را برای زاویای مختلف حساب کنند و جداولی از کسرها برای زوایا ترتیب دادند که ما آن را جدول تانژانتها می‌نامیم.

امروزه جداول‌کاملی از تانژانتها در دست داریم‌که در دستگاه شمار اعشاری‌کسرهایی‌را که حتی برای‌زوایای بسیارکوچك ازتقسیم ضلع مقابل‌به‌ضلع مجاور حاصل‌می‌شود می‌توان از روی آنها به‌دست آورد.

تانژانت هر زاویه را یك «تابع» از آن زاویه می‌نامند.

به‌خاطر بیاورید که در دستگاه علامت‌گذاری، ضلع مقابل را با حرف o و ضلع مجاور را با حرف a مشخص‌کردیم. این حروف را

مانند آنکه اعداد باشند به‌کار می‌بریم و می‌گوییم :

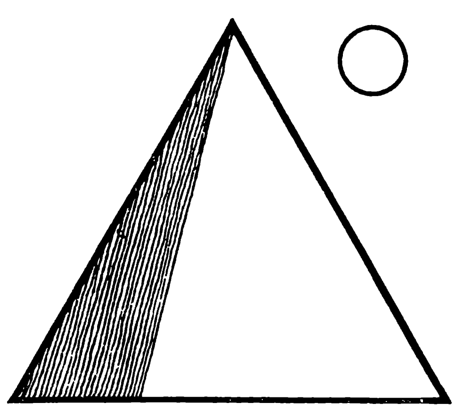
تانژانت مساوی است با o تقسیم بر a .

این را به‌شکل یك کسر متعارفی درمی‌آوریم (به‌نمودار کمان در صفحه ۱۰۶ نگاه کنید) و چنین می‌نویسیم $\frac{o}{a}$ مساوی است با tan .

(« tan » مخفف tangent است)

به‌این نحو اگر بتوانید o و a را اندازه بگیرید خواهید توانست تقسیم کنید و کسر را به‌دست آورید . در حالت مثلث قائم‌الزاویه‌ای که طول اضلاعش ۳ و ٤ و ٥ بود o مساوی با ۳ و a مساوی با ٤ است و کسر مساوی با $\frac{۳}{٤}$ یا برحسب کسر اعشاری ۷۵۰ر۰ است .

اگر جدولی از تانژانتها داشتیم در آن عدد ۷۵۰ر۰ را جستجو می‌کردیم و معلوم می‌شد که زاویهٔ به‌رأس A اندازه‌اش °۳٦ و ´۵۲ر۲



شکل ۳٦

است . یا اینکه اگر اندازه زاویه را بدانیم می‌توانیم آن را در بالای جدول ببینیم و کسر (۷۵۰ر۰) را پیدا کنیم وچون تانژانت مساوی با ضلع o تقسیم بر ضلع a است اگر طول یکی از دو ضلع را بدانیم به‌کومك تانژانت می‌توانیم طول ضلع دیگر را حساب کنیم .

جستجوی تابعهای دیگر

نخستین مثال استعمال یك ضلع از مثلث قائم‌الزاویه به‌عنوان شعاع یك دایره تابعی را برای ما مشخص ساخت که آن را تانژانت نامیدیم .

جدولهای توابع را در صفحات ١٤٦ و ١٤٧ بررسی کنید .

ستونی خواهید دید که در بالای آن کتانژانت (cot) نوشته شده است . cot مخفف Cotangent است . شاید طبیعی باشدکه بپرسیم آیا کتانژانت رابطه‌ای با تانژانت دارد یا نه .

بلی دارد واین رابطهٔ بسیار مفیدی است .

به‌خاطر آوریدکه وقتی در بارهٔ عقربهٔ دقیقه‌شمار ساعت گفتگو می‌کردیم گفتیم که این عقربه درحین حرکت با عقربهٔ ساعت‌شمار که در ۰۰ : ۱۲ ساکت ایستاده زوایایی پدید می‌آورد و درآنجا دانستیم که هر دو زاویهٔ حاده که مجموعشان 90° باشد « متمم یکدیگر »

نامیده می‌شوند .

اکنون به‌مثلث صفحهٔ ۱۰۱ رجوع کنید. در آنجا مثلث بادستگاه معمولی حروف نامیده شده‌است ـ حروف بزرگ برای زوایا وحروف کوچك برای اضلاع .

زاویه‌ای که در آنجا در بارهٔ آن بحث می‌کردیم زاویه‌ای بود که آن را A نامیده بودیم . به‌آسانی دیده می‌شود که زاویه‌ای که B نامیده شده است متمم زاویهٔ A است . مجموع این‌دو زاویه °۹۰ است زیرا زاویهٔ قائمه C مساوی با °۹۰ است و مجموع زوایای هر مثلث °۱۸۰ می‌باشد .

تانژانت زاویهٔ A را پیدا کردیم .

تانژانت A کتانژانت (ظل تمام) B است .

B متمم زاویهٔ A است .

کتانژانت را « تابع تمام[1] » تانژانت می‌نامیم وبه این ترتیب قاعدهٔ مفیدی به دست می‌آوریم .

قاعده : هر تابع ازیك زاویه تابع تمام زاویهٔ متمم آن‌است

تانژانت زاویهٔ A را مساوی‌با ۷۵۰ر۰ یافتیم. بنابراین ۷۵۰ر۰ کتانژانت B است و آن ستونی‌که درجدولها بالایش کتانژانت « cot » نوشته شده است وقتی بـه‌کار می‌رود که زاویهٔ B معلوم باشد ولی زاویهٔ A معلوم نباشد .

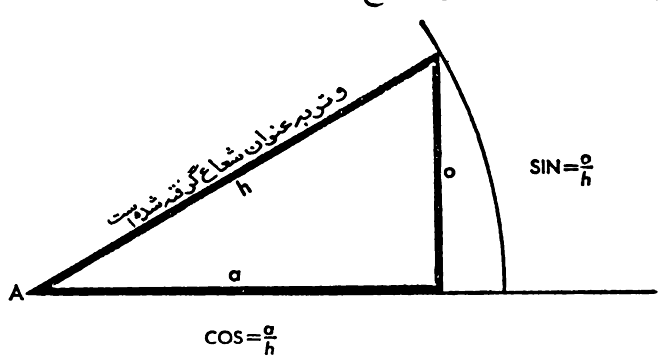
۱ــ Cofunction

همهٔ اینهارا به وسیلهٔ رسم دایره‌ای یافتیم که ضلع مجاور شعاع آن بود . زاویه به وسیلهٔ ضلع مجاور باوتر پدید آمده بود . چون ضلع مجاور را به عنوان شعاع به کار بردیم جالب توجه است که وتر را نیز شعاع بگیریم و ببینیم چه پیش می‌آید .

نتیجه درپایین همین صفحه داده شده است . در اینجا همه مثلث در داخل دایره واقع است . واضح است که مجموعهٔ مختلف دیگری از روابط به دست خواهیم آورد و همهٔ این روابط باید به‌وتر بستگی داشته باشند زیرا دراینجا شعاع دایرهٔ ما وتراست .

مفهوم کسر مساوی با تانژانت را از تقسیم کردن برخطی که شعاع دایره گرفته بودیم به دست آوردیم . پس باید همین روش را ادامه دهیم تابتوانیم نتیجه را بانتایج قبل مقایسه کنیم .

درحالت تانژانت خطی را که به عنوان شعاع به‌کار بردیم تنها خطی بودکه درداخل دایره واقع بود اما دراینجا همهٔ مثلث درداخل



شکل ۳۷

دایره واقع شده‌است . بـاید برخطی تقسیم کنیم که به عنوان شعاع اختیار کرده‌ایم . اما واضح است که دوکسر مختلف پیدا خواهیم‌کرد زیرا دوخط باطولهای متفاوت داریم که باید تقسیم کنیم .

به‌عبارت دیگر دو **تابع** پیدا خواهیم‌کرد وچون مختلف هستند باید برای آنها دونام انتخاب‌کنیم . نامهایی راکه ریاضیدانان انتخاب کرده‌اند عبارتنداز :

سینوس (جیب = Sine) که مخفف آن را به صورت « sin » می‌نویسند .

کسینوس (جیب تمام = cosine) که مخفف آن را به صورت « cos » می‌نویسند .

کسر (تابع) **سینوس** ازتقسیم‌کردن ضلع **مقابل** به شعاع (وتر مثلث) به دست می‌آید .

کسر (تـابع) کسینوس از تقسیم کردن ضلع **مجاور** به وتر حاصل می‌شود .

اکنون بـاز حروف h (وتر = hyhotenuse) و o (مقابل = opposite) و a (مجاور = adjacent) را چنانکه گویی آنها اعداد هستند به‌کار می‌بریم و آنها رابه شکل کسر می‌نویسم :

$\frac{o}{h}$ مساوی است با sin .

$\frac{a}{h}$ مساوی است با cos .

اگر آنچه را درقسمت اخیر دزبارهٔ « تابعهای تمام » گفتیم به

یاد آورید می‌توانیدآن را دربارهٔ این دواصطلاح جدید به‌کار برید. سینوس‌زاویهٔ A کسینوس‌زاویهٔ B است‌والبته سینوس‌زاویهٔ B کسینوس زاویهٔ A می‌باشد. این دو زاویه متمم یکدیگر هستند.

هر کسر علامت مختصرشده‌ای است‌که معنایش « تقسیم صورت برمخرج » می‌باشد. بنابراین معنی $\frac{۳}{۴}$ این است که ۳ را به ٤ تقسیم کنیم. همچنین $\frac{۵}{۸}$ یعنی ۵ را بر۸ تقسیم کنیم وغیره.

همین مطلب دربارهٔکسرهایی‌که با a و o و h ساختیم نیزصحیح است. باید صورت رابه مخرج تقسیم کرد.

درمثلثات لازم است‌که این کسرها رابه خاطر بسپاریم و بسیار هوشمندان هستند که این کار را مشکل می‌انگارند. اگر شما هم همین گونه فکر می کنید به شما توصیه می‌کنم که از Mnemonics[1] یعنی فن مدد به‌حافظه‌کمك بگیرید.

اگردریك فرهنگ انگلیسی‌کلمهٔ mnemonics را بیابیدخواهید دیدکه آن راچنین معنی‌کرده‌اند:

« یاری‌کنندهٔ به حافظه، علم حافظهٔ مصنوعی ».

به عبارت واضحتر مقصود ازاین فن‌این است‌که‌کلمات مصنوعی یا عبارات یا اشعاری می‌سازید تادر به خاطرسپردن چیزهای مشکل به شما یاری کند.

شاید گاهی برای به خاطر آوردن اسامی ماهها این دوبیت را

۱ـ حرف m اول این‌کلمه تلفظ نمی‌شود وآن‌را چنین بایدخواند nemonics.

باخود زمزمه کرده باشید .

ز فروردین چوبگذشتی مه اردیبهشت آیـد
بمان خرداد وتیر آنگه‌که مردادت همی‌آید
پس‌از شهریور ومهر و ابان وآذر و دی دان
کـه بر بهمن جز اسفندارمز مـاهی نیفزاید

این یك مثال از فن مدد به‌حافظه است .

اماوسیلهٔ‌کمك به حافظه‌لازم‌نیست شعرباشد . می‌توانید‌کلمات یاعباراتی مناسب بامقام اختراع‌کنید واگر این‌کلمات یاعبارات دربه خاطرآوردن مطالبی که بـه یاد آوردنشان مشکل است به شما یاری کنند اهمیت ندارد که ترکیب ظاهری آنها کودکانه به نظرآید .

مدتها قبل من این کار را با این‌کسرهای a و o و h انجام دادم واگر چه قبول دارم‌که آنچه اختراع کرده‌ام ناقص وکودکانه است اما به وجه عجیبی مفید واقع شد .

این تابعها را همانگونه کـه سه حرف را به صورت کسرهـا می‌نویسیم به خاطر آورید :

سینوس $\frac{o}{h}$ است .

کسینوس $\frac{a}{h}$ است .

تانژانت $\frac{o}{a}$ است .

سینوس ؟ oh !

Ah ! کسینوس !

تانژانت از حروف اول اینها ترکیب می‌شود .

وترجمه این است :

« oh » از o (opposite = مقابل) و h (hyhotenuse =وتر) ترکیب شده است « Ah » از a (adjacent = مجاور) و h ترکیب شده است .

درهمهٔ حالات اولی را بردومی باید تقسیم‌کرد .

برای کتانژانت به خاطر آورید که همان‌کسر تانژانت است‌که وارونه شده $\frac{a}{o}$ به جای $\frac{o}{a}$.

این چهار تابع یعنی تانژانت و کتانژانت وسینوس و کسینوس تابعهایی هستند که بیشتر مورد استعمال دارند وشما به آنها احتیاج دارید مگر آنکه بخواهید بیش از آنچه در اینجا گفتیم وارد علم مثلثات شوید .

عقربه‌های جهت‌نما ومثلثها وچوگان بازی

دربسیاری از حالات لازم نیست کـه اندازهٔ زوایا را به وسیلهٔ تابعهای آنهـا حساب کنیم. وسایلی کـه دارای عقربه‌های جهت نما هستند برای اندازه‌گیری زوایا ومثلثها وجود دارندکه برای‌بسیاری از مقاصد که درآنها اینگونه محاسبات لازم نیست‌کافی هستند.

این وسایل عقربه‌دار برای مقاصد خاص شکلهای گوناگون به خود می‌گیرند. سدس (سکستان) دریانوردان باجرح و تعدیل در همان مفهوم آلت جهت‌نمای قدمابه وجود آمده است که درآن شعاع تابش خورشید وماه وسیارات به منزلهٔ عقربه جهت‌نما وصفحهٔ افق به منزلهٔ خط قاعده است.

زاویـه یـاب نقشه برداری جهت‌نمای بسیار دقیقی است کـه تلسکوپی‌همراه دارد و درداخل آن تلسکوپ خطهای نازك متقاطعی وجود داردکه به وسیلهٔ آنها می‌توان یك خط رابه طور صحیح‌نشانه

گیری کرد. دوایر آن به وسائلی برای اندازه گیری دقیق زوایا مجهز هستند. در قاعدهٔ آن آب ترازهای کوچکی نصب شده که نقشه‌بردار می‌تواند به وسیلهٔ آنها زاویه یاب را کاملاً در وضع افقی قرار دهد به طوری که با آن می‌توان هم زاویه فراز را اندازه گرفت و هم زاویهٔ نشیب و هم امتدادهای دیگر را.

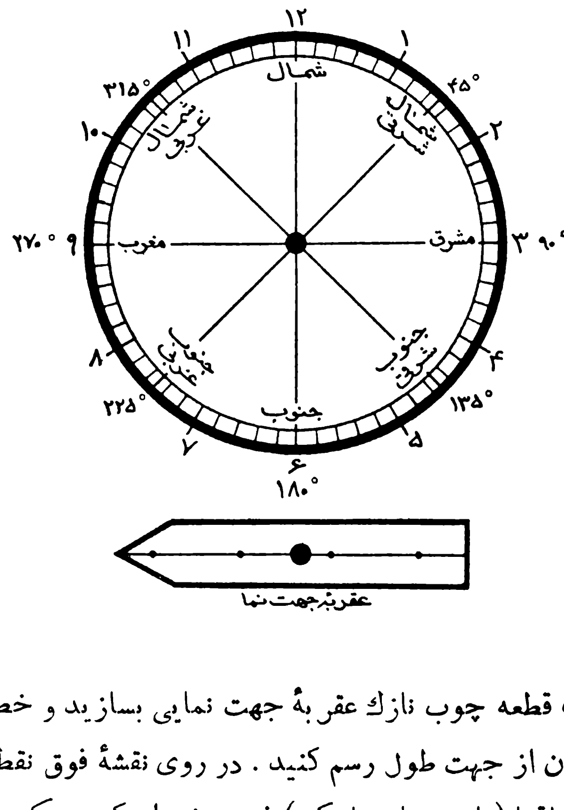
پلوروس در کشتی جهت‌یابی است که همانطور که آموختیم ملوانان کشتی‌های باربری در طول ساحلها برای یافتن سمت اشیاء از آن استفاده می کنند و درباره برخی از روشهای آنان در صفحات ۸٤ تا ۹۰ گفتگو کردیم.

شما می‌توانید نمونهٔ خوبی از پلوروس برای خود بسازید و آن را به چند طریق جالب توجه به‌کار بندید. مثلاً می‌توانید از آن در طرح ریزی یك میدان چوگان بازی استفاده کنید ـ البته اگر با این مسأله مواجه شوید ـ و یا می‌توانید آن را برای آزمایش میدانی که در آن بازی می‌کنید به‌کار برید.

اگر در گوشه‌ای از منزل شما ساعت دیواری شکسته‌ای است که آن را دور انداخته‌اند می‌توانید صفحهٔ آن را با دقت به طوری که خم نشود از آن جدا کنید.

اگر چنین ساعت کهنه‌ای در دسترس ندارید می‌توانید برای خود به آسانی صفحهٔ آن را با روشی که به مناسبت بحث در پرگار در صفحات ۷۷ و ۷۸ گفته شد بسازید.

در نمودار زیر صفحهٔ یك ساعت دیواری با هشت جهت اصلی قطب‌نمانشان داده شده است . شما به‌تقسیمات بیشتری برای‌استعمال عادی احتیاج نخواهید داشت .



شکل ۳۸

بایك قطعه چوب نازك عقربهٔ جهت نمایی بسازید و خط راستی در وسط آن از جهت طول رسم کنید . در روی نقشهٔ فوق نقطه‌های کوچك‌سنجاقها (یا میخهای نازکی) فرض شده‌اندکه محکم درچوب فرو برده شده تا به عنوان خط رصد به‌کار روند .

در روی عقربه و روی صفحه به وسیلهٔ یك مته سوراخ‌های

ریزی پدید آورید به طوری که به راحتی بتوان پیچ کوچکی از آنها عبور داد و با مهرهٔ کوچکی آن را بست.

به خاطر بیاورید که در روی صفحهٔ یك ساعت دیواری خطهایی که در دور صفحه نشانه دقیقه‌ها هستند °۶ از یکدیگر فاصله دارند و شماره‌های ساعتها °۳۰ از هم دور هستند.

اگرچه عدهٔ کمی از چوگان‌بازان این رادرك می‌کنند اما طرح ریزی یك میدان لوزی شکل برای چوگان بازی به موجب قوانین بین‌الملل محتاج به قطب‌نما و عقربهٔ جهت‌نما می‌باشد.

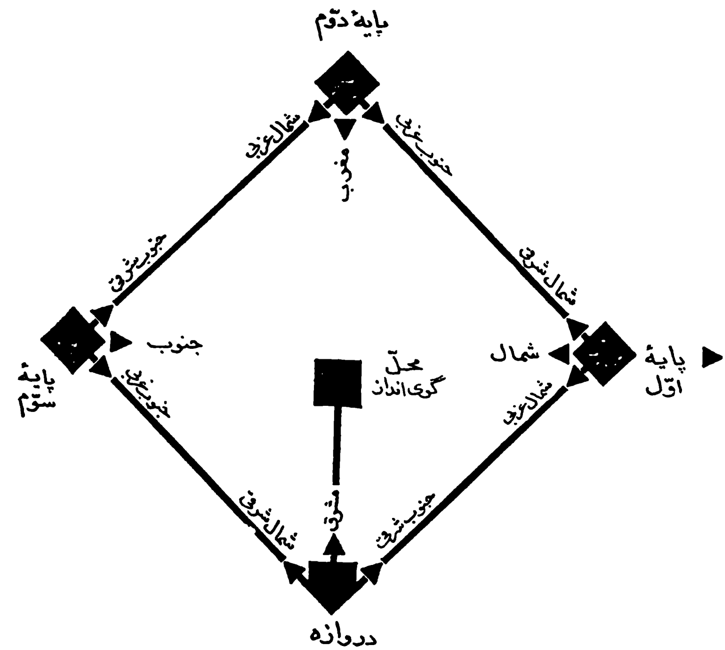
در بازی چوگان کسی‌که باید با مشکل‌ترین توپها مواجه‌شود گوی زن است. وی باید مسائل مربوط به انحنای گوی انداز و breaking stuff و تغییر مکان را حل‌کند. منصفانه نیست که گوی را نیز در حالی که آفتاب بعد از ظهر از پایین در چشمان او می‌تابد برایش بفرستیم.

آفتاب‌بعد ازظهر درمغرب آسمان است. بنابراین قاعده‌براین جاری است که لوزی میدان بازی باید طوری طرح ریزی شود که گوی‌زن پشتش به مغرب باشد.

پس اولین کاری که با پلوروس خود باید انجام دهید این است که آن را درنقطه‌ای که برای « دروازه‌گل » انتخاب کرده‌اید نصب کنید (بهتر است‌که پلوروس را روی یك میزکوچك قرار دهید). این کار را بهتر است در موقع بعد از ظهر تقریباً هنگامی که یك

بازی در نوبت چهارم یا پنجمش انجـام می‌شود شروع کنید در آن موقع‌سایهٔ‌شما به‌طرف‌مشرق می‌افتد، لااقل برای مقصدچوگان‌بازی.

صفحه پلوروس را طوری بگردانید که نشانهٔ ساعت ۰۰ : ۳ با سایهٔ شما دریك خط قرارگیرد . بهتر است به نمودار زیر نگاه‌کنید تـا بقیهٔ دستورهـا را درك نمایید . صفحه پلوروس را پیوسته طوری



شکل ۳۹

نگاهداریدکه شماره ۰۰ : ۳ با سایهٔ شما دریك خط قرار داشته‌باشد وعقربهٔ جهت‌نما را به طرف جنوب شرقی بگردانید این خط پـایهٔ

اول خواهد بود . از یك نفر بخواهید که با شما همکاری کند و در طول این خط برود و میخ‌های چوبی کوچك به زمین بکوبد و شما ازامتدادسنجاقهای عقر بهٔ جهت‌نمای خود قراول روی‌کنید تابتوانید اورا به طرف راست و چپ آنقدرهدایت کنید تا میخ درست‌درامتداد خط قرار گیرد .

برای یك میدان بزرگ اندازهٔ قراردادی پـایهٔ اول ۹۰ پا از دروازه دور است و برای میدان کوچك اندازهٔ قراردادی این فاصله ۶۰ پا می‌باشد .

وقتی فاصله را با یك یارد سنج فلزی یا نواری اندازه گرفتید یك میخ بزرگتر در محل پایهٔ اول قرار دهید . همکار شما می‌تواند میخهای کوچك را جمع‌آوری کند تا برای علامت گذاری خط پایهٔ دوم از آنها استفاده نماید .

اکنون میز و پلوروس خود را بردارید وآنها را روی پایهٔاول قراردهید. صفحهٔ پلوروس را بگردانید تا خط **شمال غربی**آن متوجه به سمت دروازه گردد وآن را به این حال نگاهدارید و عقربهٔجهت نما را به طرف **شمال‌شرقی** بگردانید . اکنون خط پایهٔ دوم رابه‌همان طریقی‌که قبلاً گفتیم‌رسم‌کنید وآن را برای پایهٔ دوم اندازه‌بگیرید.

درپایهٔ دوم وقتی پلوروس شمامستقرشد می‌توانید درستی‌آنچه را تاکنون انجام داده‌اید امتحان‌کنید .

صفحهٔ پلوروس را بگردانید تا خط جنوب غربی آن بـا پایهٔ

اول دریك امتداد قرارگیرد و آن صفحه را به همین حال نگاهدارید و عقربه را به طرف مشرق بگردانید و ببینید آیا نوك آن درست متوجه نشانهٔ دروازه هست یا نه. اگر نیست خط را درست نپیموده‌اید.

از نو سعی‌کنید تاآن را تصحیح نمایید. سپس از پایهٔ دوم‌خط پایهٔ سوم را بپیمایید و فاصلهٔ آن را اندازه بگیرید. سپس اسباب خود را در پایهٔ سوم بگذارید و دوباره صحت کار خود را با استفاده از نمودارصفحهٔ ۱۲۲ بیازمایید.

وقتی راضی شدید که‌کار صحیحی انجام داده‌اید افزارهای‌خود را به دروازه بر گردانید تا اینکه محل‌گوی‌انداز را تعیین‌کنید.

همانطور که در نمودار می‌بینید این محل درست در مرکز لوزی نیست بلکه کمی نزدیکتر به دروازه است تا پایهٔ دوم.

خطی از دروازه به طرف پایهٔ دوم رسم‌کنید و روی آن فقط $60\frac{1}{2}$پا از دروازه برای لوزی۹۰پایی بگیرید. این مکان‌گوی‌انداز خواهد بود.

با استفاده از این نمودار لوزی شکل میدان بازی می‌توان اصطلاحی را تعریف کردکه همهٔ چوگان بازان‌آن را به کار می‌برند ولی کمتر کسی می‌تواند اصل آن را بگوید.

این اصطلاح southpaw و اشاره به کسانی است‌که با دست چپ توپ می‌زنند. روی نمودار توجه‌کنید که وقتی‌که گوی‌انداز طوری

بایستد که رویش به طرف گوی زن باشد سمت چپ او به طرف پایهٔ اول خواهد بود به طوری که بازوی چپش بازوی جنوبی او است و می‌گوییم‌که soutpaw است .

نتیجه

من این کتاب را با این گفته شروع کردم که مثلثها مفیدهستند و می‌توانیم آن را با این اندیشه به پایان برسانیم که مثلثهای قدیمی دره طغیان دیدهٔ نیل حتی می‌تواند بعضی از اصطلاحات فنی کنونی ما را توضیح دهد .

اما اطمینان دارم که هیچیك از خوانندگان فکر نمی‌کنند که این به تنهایی همهٔ کاری است که انجام داده‌ایم .

امیدوارم که صفحه به‌صفحه تدریجاً به اهمیت و ارزش مثلثها پی برده باشید . می‌توانیم موارد استعمالی که در صفحات ۲۲ تا ۳۵ گفتیم خاطر نشان کنیم و آنها را بسط دهیم و به شکل زیر خلاصه نماییم :

طرح بندی خیابانها و دستگاههای بزرگ شاهراهها و تنظیم حق تقدم در جاده‌ها و راه‌آهنها و هر وسیلهٔ نقلیهٔ دیگر بستگی به مساحی مثلثها دارد . سرحدات همهٔ کشورها در عالم و مرزهای هر

ایالت و ناحیه و شهر وحتی حدود املاك شخصی به وسیلهٔ مثلثها معین می‌شود .

هر نقشه‌ای از کرهٔ زمین واز دریاهایی‌که نقشه‌برداری نشده‌اند به وسیلهٔ حساب زوایا و مثلثها تهیه می‌شود . بدون آنها کشتی‌ها نخواهند توانست دریانوردی‌کنند و هواپیماها نخواهند توانست روز و شب در فراز فواصل بزرگی پرواز نمایند .

تهیهٔ این نقشه‌ها مستلزم رسم دقیق خطوط عرض وخطوط‌طول جغرافیایی است و این خطوط به وسیلهٔ مثلثها مشخص می‌شوند.

در این عصر فضا ، محاسبهٔ مسیر و اوضاع سفینه‌های فضایی محتاج روشهایی مثلثاتی هستند .

توابع زاویه‌ها که دربارهٔ آنها بحث کردیم در معادلات بیشماری ظاهر می‌شوند که برای مشخص کردن مؤثرترین نقشه ماشین‌ها و بهترین روش بنا و تزیین ساختمانها و پلها مورد لزوم هستند .

این توابع در محاسبهٔ منحنی‌هایی که اساس افزارهای اپتیك هستند به‌کارمی‌آیند از شیشهٔ عینك و عدسی و دوربین‌گرفته‌تا آیینه ۲۰۰ اینچی تلسکوپ کوه پالمار[۱] وجود آنها برای کشیدن نقشهٔ ماشینها و اسبابهایی که مربوط به هرنوع تابش(Radiation)هستند لازم می‌باشند ـ تابش امواج صوت و نور و رادیو و تلویزیون و رادار و رادیو تلسکوپ‌عظیمی‌که از اعماق فضای‌گیتی علائمی‌دریافت

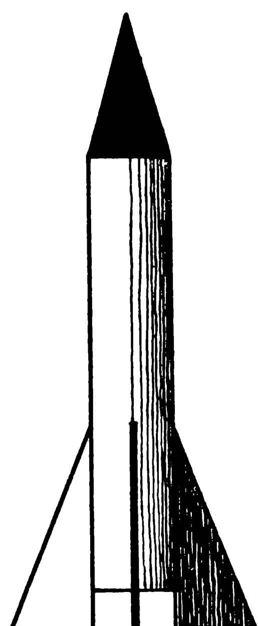
۱ــ Mount Palomar

می‌دارد و آن علایم را با وسایل اپتیک نمی‌توان ضبط کرد- .

در تحلیل ریاضی همهٔ مسائل علمی واقعی امروزی معادلات شامل یك یا چند تا از این تابعها یا اصطلاحات دیگری که از آنها مشتق شده‌اند می باشند .

زندگی جدید اگر مثلثات وجود نداشت امکان پذیر نبود .

با اهمیت روز افزون علم و فن احتیاج مبرمی به وجود مردان و زنانی هست که علم مثلثات را خوانده باشند و بتوانند منابع آن را



شکل ٤٠

به بهترین وجه برای نمو و بالا بردن سطح زندگـانی نوین بهتری به‌کار بندند.

با در نظر گرفتن همهٔ این مطالب پیام این کتاب به طور بسیار خلاصه این است:

آموختن مثلثات در همهٔ زمانها به زحمت و پشتکاری که در راه فرا گرفتن آن صرف می‌شود می‌ارزد.

رشته‌های تحصیلی که هم از حیث عقلی و هم از لحاظ مادی در زندگانی فردای بشر اجر و پاداششان بیش از مثلثات بـاشد بسیار کم هستند.

یادداشتی در بارهٔ بیضی

در صفحه ۲۷ گفتیم که « هر بیضی تقریباً شبیه دور تخم‌مرغ یا شبیه دایره‌ای است که یکی از قطرهای آن کشیده‌تر از قطرهای دیگرش باشد ».

جایز است که بگوییم « تقریباً شبیه دور یك تخم‌مرغ » به‌شرط آنکه بفهمیم که دور یك تخم‌مرغ بیضی **نیست** . به‌انگلیسی شکل دور تخم‌مرغ را Oval می‌گویند و این کلمه از کلمهٔ لاتینی Ovum که به‌معنی « تخم‌مرغ » است مشتق شده و تخم‌مرغ در یك سر ضخیم‌تر از سر دیگر است . بیضی اینطور نیست .

برای آنکه یك منحنی بیضی باشد باید برخی شرایط دقیق ریاضی‌را دارا باشد و مالحظه‌ای این شرایط‌را مورد بحث قرار می‌دهیم.

بدواً فرض کنید که قسمت دوم عبارت فوق را در نظر بگیریم :

« یا شبیه دایره‌ای است که یکی از قطرهای آن کشیده‌تر از

قطرهای دیگرش باشد » .

در صفحه بعد یك دایره را با خط ضخیم‌تر نشان داده‌ایم. هر نقطه از این دایره از مرکز آن به‌یك فاصله است .

با کمی تصور می‌توانیم فکر کنیم که دایره را در نقاط A و B ـ دوانتهای قطر ـ گرفته و آن را می‌کشیم . وقتی A و B را می‌کشیم دایره به‌طور یك نواخت‌کشیده می‌شود و قطر عموداز x به‌y کوتاهتر می‌گردد و منحنی که با خط نازکتر روی شکل رسم شده است به‌دست می‌آید .

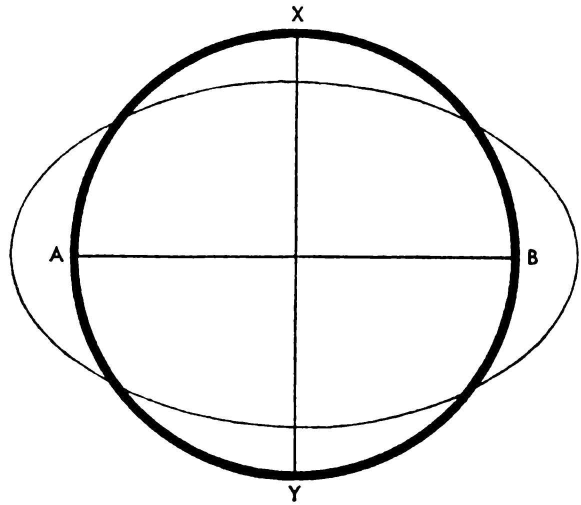
این خط منحنی یك بیضی است .

درطی این کتاب به‌شما توصیه‌کرده‌ام‌که پرگار وستاره رابرای رسم شکلهای مورد بحث به‌کار برید . اما بیضی را نمی‌توان بـا پرگار رسم‌کرد زیرا پرگار دایره رسم می‌کند و دایره درحول یك نقطه که آن را مرکز می‌نامیم رسم می‌شود. یك بیضی را باید در حول دو نقطه رسم کرد .

هر یك از این دونقطه را **کانون** می‌نامند .

چگونه می‌توانیم یك بیضی رسم کنیم ؟

هنرمندان حرفه‌ای افزارهـای دقیق (و بسیار گران قیمت) ساخته‌اند اما شما ومن می‌توانیم یك بیضی رضایت بخش‌را فقط با دو سنجاق و یك تکه نخ که آن را گره زده و بـه‌شکل حلقه درآورده باشیم رسم کنیم .



شکل ٤١

به‌شکل بعد نگاه کنید .

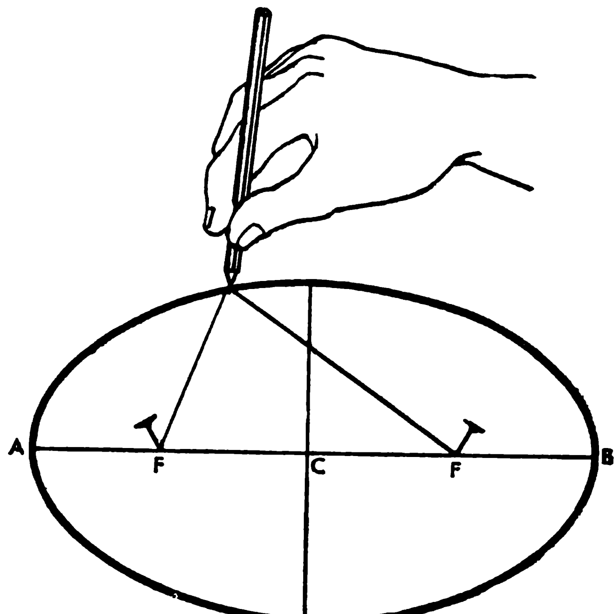
ابتدا خط از A به B را به‌هرطولی‌که می‌خواهید رسم کنید و مرکز آن را C بنامید . ازاین نقطهٔ C هرطولی‌را که انتخاب‌می‌کنید از چپ و راست جدا کنید . این نقطه‌ها را F یعنی کانون بنامید .

حلقهٔ نخ‌را درحول سنجاقها بیندازید و سرمداد را درحلقهٔ نخ قرار دهید و محکم بکشید و منحنی را در حول سنجاقها رسم‌کنید .

به‌این ترتیب یك بیضی رسم کرده‌اید .

تجربه‌را با همین‌روش مجدداً امتحان کنید وبیضی‌های‌مختلف رسم کنید .

سنجاقها را نزدیك هم‌قرار دهید ویك بیضی دیگر رسم کنید.



شکل ۴۲

سپس سنجاقها را ازهم دور کنید و بیضی دیگری رسم کنید اما به‌خاطر بیاورید که فاصله‌های سنجاقها از نقطهٔ C باید همیشه با یکدیگر مساوی باشند.

هرچه سنجاقها را به‌هم نزدیکتر کنید منحنی بیشتر به‌شکل دایره نزدیك می‌شود.

اگر سنجاقها را ازهم‌دور کنید منحنی کشیده‌تر می‌شود تا آنکه تقریباً به‌شکل سیگار درمی‌آید.

بیضی یکی از دسته منحنی‌هایی است که آنها را « مقاطع

مخروطی » می‌نامند زیرا آنهارا می‌توان با بریدن (قطع‌کردن) یك مخروط‌دوار به‌طوری‌که درشکل صفحه بعد نشان داده شده است به‌دست آورد .

مخروط در نزدیکی رأس‌خود،افقی بریده‌شده یعنی به‌موازات قاعده قطع شده است . محیط مقطعی‌که به‌این نحو به‌دست می‌آید دایره خواهد بود .

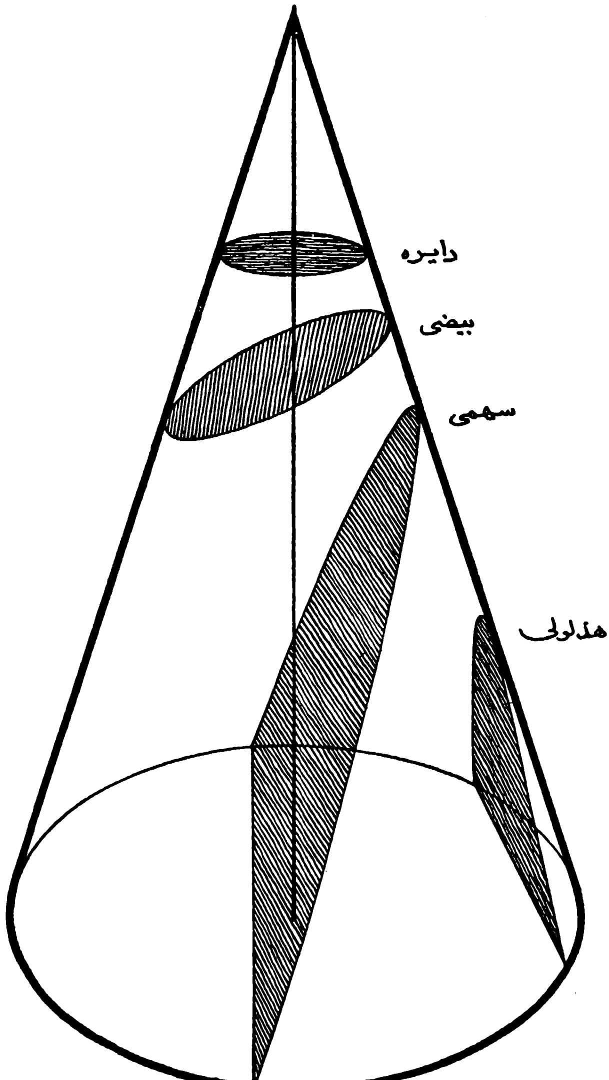
درست پایین‌دایره، مخروط به‌طورمایل قطع‌شده است ومحیط این مقطع یك بیضی است .

در زیر مقطع بیضی شکل، مخروط را به‌موازات ضلع روبرو قطع کرده‌ایم .

این شکل مهمی از منحنی را بـه‌دست می‌دهد که آن را **سهمی** می‌نامند . یکی ازخواص مشخصهٔ آن این‌است که هرچه منحنی (از نظر ریاضی) ادامه پیدا کند دوشاخهٔ آن هرگز به‌هم نمی‌رسند . این دوشاخه رفته‌رفته تقریبا شکل متوازی‌پیدا می‌کنند ولی هرگز کاملاً موازی نمی‌شوند . به‌این دلیل سهمی یك منحنی بسته نیست .

مخروطرا به‌طریق‌دیگری نیزمی‌توانیم قطع کنیم ویك‌منحنی به‌دست آوریم که آن را **هذلولی** می‌نامند و آن نیز یك منحنی باز است . برای بـه‌دست آوردن این مقطع بـاید مخروط را به‌طوری که درسمت راست سهمی روی نمودار نشان داده شده است قطع‌کنیم.

نکته‌ای که باید به‌آن توجه کرد این است که هر مقطعی که



شکل ۴۳

به‌طور مایل بین دایره و سهمی بریده شود بیضی خواهد بود . به‌این نحو دایره و سهمی دوحد برای به‌دست آوردن بیضی هستند .

از روی شکل صفحه قبل می‌توان دید که شکل و هیأت بیضی بسته به‌زاویه‌ای است که مقطع را با آن در مخروط ایجاد می‌کنیم .

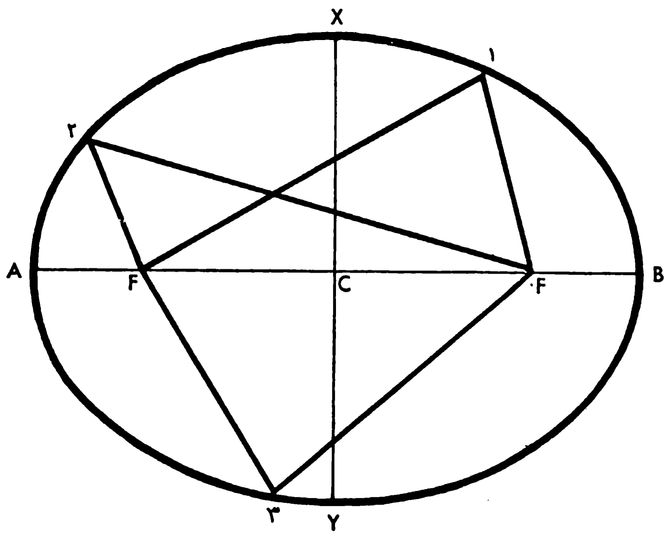
از نظر ریاضی شکل بیضی به‌وسیلهٔ تابعی تعیین می‌شودکه آن را « خروج از مرکز » بیضی می‌نامند . خروج از مرکز کسری است که از تقسیم کردن فـاصلهٔ مابین دو کانون ـ F تا F ـ بر طول محور اطول ـ خط A تا B ـ به‌دست‌می‌آید (به‌نمودارصفحهٔ‌بعد نگاه‌کنید)

گفتم‌که برای آنکه یك منحنی بیضی باشد باید برخی شرایط دقیق ریاضی را دارا باشد .

پاره خط AB را **محوراطول** می‌نـامند . پاره خط xy **محوراقصر** نامیده می‌شود .

هر نقطه‌ای‌که می‌خواهید روی منحنی انتخاب کنید ـ مانند۱ و ۲ و ۳ ـ و از هر یك از آنها خطوطی به‌کانونهـا رسم کنید . درهر حالت مجموع دوپاره خط‌که از یك‌نقطه به‌دوکانون وصل می‌شودباید مساوی با پاره خط AB یعنی محوراطول بـاشد . اگر اینطور نبـاشد منحنی بیضی نخواهد بود .

در دایره خروج‌ازمرکز صفراست زیرا برای آنکه یك‌دایره رسم کنیم دوسنجاق را باید در مرکز فرو بریم وفاصلهٔ بین آنهاصفر خواهد بود .



شکل ٤٤

پس هرچه خروج از مرکز بیضی به‌صفر نزدیکتر باشد - یعنی هرچه کسر اعشاری کوچکتر باشد - بیضی بیشتر دایره‌ای شکل خواهد بود.

در بین سیارات مدار زهره به‌دایره نزدیکتر است. خروج‌از مرکز آن فقط ۰٫۰۰۶۷۹۲ یعنی بسیار نزدیك صفر است.

مدار زمین از مدار مریخ به‌دایره نزدیکتر است. خروج از مرکزها عبارتند از

زمین ۰٫۰۱۶۷۲۶ و مریخ ۰٫۰۹۳۳۶۹

پلوتون کشیده‌ترین مدارها را دارد. خروج از مرکز آن

۰٫۲۴۹۴۰۱ یعنی بسیار دور از صفر است .

وقتی ازسیارات گفتگو می‌کنیم می‌توانیم از نمودار صفحهٔ قبل برای تشریح نکتهٔ دیگری از آنچه دربارهٔ کپلر گفتیم استفاده کنیم. دربارهٔ کپلر از فاصلهٔ متوسط گفتگو کردیم .

برای یك منجم فاصلهٔ متوسط درست مساوی با فاصلهٔ معدل نیست . اگر بیضی نمودار اخیر را مدار یك سیاره بگیریم فاصلهٔ متوسط نصف محورا طول AB است .

همانطور که گفتیم کپلر فاصلهٔ متوسط مریخ‌را در حدود $1\frac{1}{2}$ برابر فاصلهٔ متوسط زمین از خورشید پیدا کرد . محاسبات دقیقتر جدید این عدد را مساوی با ۱٫۵۲۳۶۹۱ تعیین کرده‌اند .

فاصلهٔ متوسط زمین در حدود ۹۲٬۹۰۰٬۰۰۰ میل یا تقریباً مساوی با ۹۳٬۰۰۰٬۰۰۰ میل است . پس فاصلهٔ متوسط مریخ درحدود ۱۴۱٬۵۵۰٬۰۰۰ میل می‌شود .

به‌کار بردن جدولهای توابع

کتابهای متعددی‌که شامل جداول تابعهای زوایا هستند در اختیار ریاضیدانان قرار دارد . اگر فقط یك جواب تقریبی بخواهند جدولهای بسیار ساده‌ای هست‌که به‌آسانی تابعهارا به‌اندازهٔ‌کافی نزدیك به‌حقیقت به‌دست آنان می‌دهد تا بتوانند دقت لازم را درمسائل خود مراعات کنند .

از طرف دیگر اگر دقت بیشتری لازم باشد جدولهای مفصلتر و دقیقتری هست که تابعها را با چندین رقم اعشاری معین می‌کنند و این جدولها دارای‌ستونهای‌اضافی هستندکه می‌توان باآنها هرکسری از ثانیه (″) را با دقت حساب کرد .

همهٔ این جدولهادر مرحلهٔ‌اولی‌که به‌آنهانگاه می‌کنیم‌ریاضی محض و وحشت‌آور به‌نظر می‌آیند اما یك مرتبه‌که نقشهٔ سازمان آنها را بفهمیم مشکلی ایجاد نمی‌کنند .

مراجعهٔ به‌این‌جدولها مشکلتر ازپیداکردن‌شمارهٔ تلفن‌اشخاص در دفتر راهنمای تلفن نیست فرض کنیدکه با به‌کار بردن این مقایسه می‌خواهیم طرز استفاده از این جدولها را بدانیم. باز از آن مثلث قائم‌الزاویه‌که اضلاعش۳ و ٤ و ٥ واحد بود و درصفحات ۱۰۱ تا۱۰۳ در بارهٔ آن بحث کردیم استفاده می‌کنیم.

دیدیم‌که تانژانت‌مساوی با $\frac{۳}{٤}$ یا برحسب‌کسراعشاری مساوی با۷٥۰ر۰ است ارقام دقیق نشان می‌دهند که زاویهٔ A مساوی با °۳٦و ۲ر٥۲َ است و این بسیار نزدیك به °۳۷ است. پس برای این‌مقایسهٔ تقریبی آن را °۳۷می‌گیریم. ضلع‌مجاور٤واحد مثلاً ٤ اینچ‌است.

سؤالی را که‌می‌خواهیم جواب دهیم این است: برای مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یك زاویه‌اش °۳۷ وضلع مجاورآن ٤ اینچ باشد این ٤ اینچ را درچه عددی باید ضرب کنیم تاطول ضلع مقابل آن حاصل شود.

این را باروش شماره‌گذاری تلفن مقایسه می‌کنیم تاببینیم چه حاصل می‌گردد.

فرض‌کنید که من‌مردی‌را می‌شناسم‌که‌نامش علی‌قلی‌کیمیا است ومی‌خواهم باو تلفن‌کنم. اگربا او کاملاً آشنا باشم شمارهٔ تلفن‌اورا در دفترچه‌ای که شماره‌هایی راکه معمولاً به‌آنها تلفن می‌کنم ثبت شده وارد می‌کنم‌دراینجا نام‌وسطی‌راکنار گذاشته ونام اورا علی‌کیمیا ثبت می‌کنم. این روش رادر مثلثات چنین عمل می‌کنیم:

آخرین نام : عده درجات زاویه (°۳۷) .

نام اول : تابع (تانژانت) .

جدول شمارهٔ ۱ (صفحهٔ ۱۴۵) تابعهارا فقط برای درجه‌های ساده (بی خرده) معین می‌کند . دربارهٔ این جدول مثل دفترچه شخصی شماره‌های تلفن فکر کنید .

ستون سمت چپ آخرین نام رامعین می‌کند یعنی عدهٔ درجات را . درآن جستجو می‌کنیم تاکیمیا (°۳۷) رابیابیم . سپس درستون علی (تانژانت) جستجو می‌کنیم عدد اعشاری ۷۵۴ر۰ رامی‌یابیم .

این تانژانت عددی است‌که باید ٤ اینچ یعنی طول‌ضلع مجاور را درآن ضرب کنیم تا طول ضلع مقابل حاصل شود . با این ۷۵۴ر۰ عدد ۰۱٦ر۳ اینچ را پیدا می‌کنیم که بسیار نزدیك ۳ اینچی است‌که می‌دانیم صحیح است .

اشتباه‌کوچك ۰۱٦ر۰ ازآنجا ناشی‌شده‌است که مابه جای °۳٦ و ´۲ر۵۲ عدد °۳۷ را اختیار کردیم .

حال فرض کنیدکه نام کیمیا در دفترچهٔ کوچك من نباشد . پس باید از دفترکل راهنمای تلفن استفاده‌کنم . در آنجا یك‌یا چند صفحه خواهم دیدکه نام‌کیمیا درآن ثبت شده وعده‌ای ازاین کیمیاها نام اولشان علی‌است پس ناچار هستم اسم وسط اورا نیزبه کاربرم .

جدول شمارهٔ ۲ (صفحات ۱٤٦ و۱٤۷) به منزلهٔ فهرست نام کیمیاها در دفترکل راهنمای تلفن است . باز فرض می‌کنیم‌که :

آخرین نام : عدهٔ درجات زاویه .

نام اول : تابع (تانژانت) .

وبه این اضافه می‌کنیم :

نام وسط : عدهٔ دقیقه‌ها (´) ی بیش از درجه‌های ساده .

در اینجا باید تمام نـام را به‌کار بریم . به عبارت دیگر زاویه درست °۳۶ و ´۵۲ر۲ را مورداستفاده قراردهیم .

جداول را ورق می‌زنیم تا به صفحه‌ای برسیم که دربالای آن °۳۶ ثبت شده است . یعنی کیمیا .

درستون سمت چپ ´۵۲ را پیدا می‌کنیم. سپس مقابل آن‌سطر تاستون تانژانت پیش می‌رویم وعدد ۰ر۷۴۹۹ را می‌یابیم .

این به اندازهٔ ۰ر۰۰۰۱ کمتراز ۰ر۷۵۰ است‌که می‌خواستیم. واضح است‌که زاویهٔ مـا کمی‌بیش از ´۵۲ است . کمی حساب ، مطلب را بیشتر واضح می‌کند .

tan °۳۶ ´۵۳ مساوی است با ۰ر۷۵۰۴

tan °۳۶ ´۵۲ مساوی است با ۰ر۷۴۹۹

تفاضل برای یك دقیقه کامل (´) مساوی است با ۰ر۰۰۰۵

امامافقط باید ۰ر۰۰۰۱ به رقم ´۵۲ اضافه‌کنیم واین $\frac{1}{5}$ (یا بر حسب‌کسر اعشاری ۰ر۲) ازتفاضل برای یك دقیقه است .

این ´۰ر۲ را اضافه‌کنید و زاویه مساوی‌با °۳۶ ´۵۲ر۲ می‌شود.

درجدولهای مفصلتر به این محاسبه احتیاج پیدا نمی‌کنیم .در

این جداول ستونی خواهیم یافت‌که تفاضلهای مابین دقیقه‌ها رامعین می‌کند و ستون دیگری خواهیم یافت که به ما می‌فهماند چند ثانیه ازکمان (ً) برای هر تفاضل معین شده است .

درصفحه ۱۱۲ آموختیم‌که: هر تابع یك زاویه، متمم تابع تمام آن است .

برای یافتن متمم هر زاویه بـه طور ساده آن را از °۹۰ کم می‌کنید . این‌کار را با زاویه‌ای‌که داشتیم انجام دهید .

°۹۰	´۰ر۰۰
°۳٦	´۲ر٥۲
°٥۳	´۸ر۷

بنابـه تعریف تابعهـای تمام اگر ۷٥۰ر۰ تانژانت زاویهٔ °۳٦ ۲ر٥۲ باشد این بایدکتانژانت زاویهٔ متمم‌آن یعنی °٥۳و ۸ر۷ باشد. چگونه این رابه وسیلهٔ جدول ۲ تحقیق‌کنیم ؟

قسمت °٥۳ (نام کیمیا) درپایین صفحه‌است .

دقیقه‌ها کـه نام وسط اورا معین می‌کند درانتهای ستون سمت راست هستند وبه خاطر بیاوریدکه برای زاویه‌هایی‌که درپایین‌صفحه نام برده شده‌اند دقیقه‌ها ازپایین به‌بالا از ´۰ تا ´٦۰ خوانده می‌شوند وحال آنکه برای درجه‌هایی که دربالای صفحه ثبت شده‌اند دقیقه‌ها ازبالا به پایین درستون نهایی سمت چپ خوانده می‌شوند .

برای زاویهٔ °۳٦ که در بالای صفحه است اولین ستون تـابعها

سینوس است . این ستون را از پایین به بالا پیروی کنید و توجه داشته باشید که برای °۵۳ این کسینوس یعنی تابع تمام سینوس است . همین مطلب برای ستونهای دیگر نیز صحیح است .

«اما» ممکن است بگویید « °۳۶ و °۵۳ متمم یکدیگر نیستند. مجموع آنها °۸۹ است نه °۹۰ » .

کمی توجه و بررسی این مسأله را حل می کند .

تابعهای °۳۶ برای هر دقیقه کمان درستون سمت چپ تا °۳۶ و ´۶۰ داده شده‌اند یعنی تا °۳۷ . این را به °۵۳ پایین صفحه اضافه کنید و حاصل °۹۰ می‌شود . زاویه‌ها متمم یکدیگر هستند .

برای °۵۳ پایین صفحهٔ جدول همین کار را انجام دهید . دقیقه‌ها از پایین به بالا درستون سمت راست از ´۰ تا ´۶۰ داده شده‌اند و °۵۳ و ´۶۰ مساوی با °۵٤ است . این را به °۳٦ بالای صفحه اضافه کنید °۹۰ حاصل می‌شود . بنابراین زاویه‌هایی که در جدول ثبت شده‌اند متمم یکدیگر هستند و هر تابع یکی تابع تمام دیگری است .

جدول ۱

زاویه	سینوس	کسینوس	تانژانت
0°	0.000	1.000	0.000
1°	.018	1.000	.018
2°	.035	0.999	.035
3°	.052	.999	.052
4°	.070	.998	.070
5°	.087	.996	.088
6°	.105	.995	.105
7°	.122	.993	.123
8°	.139	.990	.141
9°	.156	.988	.158
10°	.174	.985	.176
11°	.191	.982	.194
12°	.208	.978	.213
13°	.225	.974	.231
14°	.242	.970	.249
15°	.259	.966	.268
16°	.276	.961	.287
17°	.292	.956	.306
18°	.309	.951	.325
19°	.326	.946	.344
20°	.342	.940	.364
21°	.358	.934	.384
22°	.375	.927	.404
23°	.391	.921	.425
24°	.407	.914	.445
25°	.423	.906	.466
26°	.438	.899	.488
27°	.454	.891	.510
28°	.470	.883	.532
29°	.485	.875	.554
30°	.500	.866	.577
31°	.515	.857	.601
32°	.530	.848	.625
33°	.545	.839	.649
34°	.559	.829	.675
35°	.574	.819	.700
36°	.588	.809	.727
37°	.602	.799	.754
38°	.616	.788	.781
39°	.629	.777	.810
40°	.643	.766	.839
41°	.656	.755	.869
42°	.669	.743	.900
43°	.682	.731	.933
44°	.695	.719	.966
45°	.707	.707	1.000

جدول ۲

36°

′ (min.)	Sin	Tan	Cot	Cos	
0	0.5878	0.7265	1.3764	0.8090	60
1	0.5880	0.7270	1.3755	0.8088	59
2	0.5883	0.7274	1.3747	0.8087	58
3	0.5885	0.7279	1.3739	0.8085	57
4	0.5887	0.7283	1.3730	0.8083	56
5	0.5890	0.7288	1.3722	0.8082	55
6	0.5892	0.7292	1.3713	0.8080	54
7	0.5894	0.7297	1.3705	0.8078	53
8	0.5897	0.7301	1.3697	0.8076	52
9	0.5899	0.7306	1.3688	0.8075	51
10	0.5901	0.7310	1.3680	0.8073	50
11	0.5904	0.7314	1.3672	0.8071	49
12	0.5906	0.7319	1.3663	0.8070	48
13	0.5908	0.7323	1.3655	0.8068	47
14	0.5911	0.7328	1.3647	0.8066	46
15	0.5913	0.7332	1.3638	0.8064	45
16	0.5915	0.7337	1.3630	0.8063	44
17	0.5918	0.7341	1.3622	0.8061	43
18	0.5920	0.7346	1.3613	0.8059	42
19	0.5922	0.7350	1.3605	0.8058	41
20	0.5925	0.7355	1.3597	0.8056	40
21	0.5927	0.7359	1.3588	0.8054	39
22	0.5930	0.7364	1.3580	0.8052	38
23	0.5932	0.7368	1.3572	0.8051	37
24	0.5934	0.7373	1.3564	0.8049	36
25	0.5937	0.7377	1.3555	0.8047	35
26	0.5939	0.7382	1.3547	0.8045	34
27	0.5941	0.7386	1.3539	0.8044	33
28	0.5944	0.7391	1.3531	0.8042	32
29	0.5946	0.7395	1.3522	0.8040	31
30	0.5948	0.7400	1.3514	0.8039	30
	Cos	Cot	Tan	Sin	′ (min.)

′ (min.)	Sin	Tan	Cot	Cos	
31	0.5951	0.7404	1.3506	0.8037	29
32	0.5953	0.7409	1.3498	0.8035	28
33	0.5955	0.7413	1.3490	0.8033	27
34	0.5958	0.7418	1.3481	0.8032	26
35	0.5960	0.7422	1.3473	0.8030	25
36	0.5962	0.7427	1.3465	0.8028	24
37	0.5965	0.7431	1.3457	0.8026	23
38	0.5967	0.7436	1.3449	0.8025	22
39	0.5969	0.7440	1.3440	0.8023	21
40	0.5972	0.7445	1.3432	0.8021	20
41	0.5974	0.7449	1.3424	0.8019	19
42	0.5976	0.7454	1.3416	0.8018	18
43	0.5979	0.7458	1.3408	0.8016	17
44	0.5981	0.7463	1.3400	0.8014	16
45	0.5983	0.7467	1.3392	0.8013	15
46	0.5986	0.7472	1.3384	0.8011	14
47	0.5988	0.7476	1.3375	0.8009	13
48	0.5990	0.7481	1.3367	0.8007	12
49	0.5993	0.7485	1.3359	0.8006	11
50	0.5995	0.7490	1.3351	0.8004	10
51	0.5997	0.7495	1.3343	0.8002	9
52	0.6000	0.7499	1.3335	0.8000	8
53	0.6002	0.7504	1.3327	0.7999	7
54	0.6004	0.7508	1.3319	0.7997	6
55	0.6007	0.7513	1.3311	0.7995	5
56	0.6009	0.7517	1.3303	0.7993	4
57	0.6011	0.7522	1.3295	0.799[illegible]	3
58	0.6014	0.7526	1.3287	0.7990	2
59	0.6016	0.7531	1.3278	0.7988	1
60	0.6018	0.7536	1.3270	0.7986	0
	Cos	Cot	Tan	Sin	′ (min.)

53°

فهرست الفبایی اصطلاحات فنی

اختلاف منظر (Parallax) ـ اگر از یك ستاره فاصلهٔ متوسط زمین از خورشید را رصد کنیم زاویه‌ای پدید می‌آید که آن را اختلاف منظر آن ستـاره می‌نامند ــ اگر ازمرکزماه (یا خورشید) شعاع کرهٔ زمین را رصد کنیم‌زاویه‌ای پدید می‌آید که آن را اختلاف منظر ماه (یا خورشید) می‌نامند .

اعشاری (دهدهی) (Decimal) ـ از کلمه عشر عربی مشتق شده یعنی ده‌یك

افقی (Horizontal)ـ موازی با افق دریا یا یك سطح‌تراز[1]

بیضی (Ellipse) ــ نوعی منحنی‌که از قطع کردن یك مخروط مستدیر به‌زاویه‌ای که بین افق وصفحه‌ای موازی با مولد روبرو باشد به‌دست می‌آید .

پلوروس (Pelorus) ــ آلتی است مربوط به‌کشتیرانی بـرای اندازه گرفتن زاویهٔ مابین خطی‌که جلو وعقب‌کشتی را به‌هم وصل می‌کند و موازی بـا شاسی کشتی است با خطی‌که شیء دیگری در امتداد آن رؤیت می‌شود .

تابعهای مثلثاتی (Functions) ــ رابطه‌های‌مابین اضلاع و زوایای‌یك مثلث قائم‌الزاویه .

تابع تمام (Cofunction)ــ هرتابع یك زاویه «تابع تمام» زاویه‌ای‌است که متمم‌آن زاویه باشد .

تانژانت (ظل) (Tangent) ــ تـابعی است از یك زاویـه در مثلث قائم‌الزاویه که از تقسیم کردن ضلع مقابل به‌ضلع مجاور زاویه حاصل می‌شود .

تمام یك‌تابع ←— تابع تمام .

۱ــ صفحهٔ عمود برامتداد خط شاقولی (مترجم)

تنصیف (Bisect) ــ به‌دو قسمت متساوی تقسیم کردن .
جیب ←── سینوس .
جیب تمام ←── کسینوس .
خروج از مرکز (Eccentricity) ــ تابعی‌است که از نظر ریاضی شکل و هیأت بیضی‌را معین می‌کند و از تقسیم کردن فاصلهٔ ما بین دو کانون به‌محور اطول به‌دست می‌آید .
خط قائم ←── قائم .
خط لوبر (Lubber 's line) ــ در پرگار دریایی یا **پلوروس** نشانهٔ خطی‌که با خط جلو به‌عقب کشتی موازی است .
خطوط عمود برهم (Perpendicular) ــ خطوطی که در محل تقاطع خود زاویهٔ قائمه‌تشکیل می‌دهند .
حاده ←── زاویهٔ حاده .
درجه (Degree) ــ یك دایره را معمولاً به۳۶۰ قسمت متساوی تقسیم می‌کنند . هریك از این قسمتها یك درجه است که اندازهٔ یك زاویهٔ مرکزی‌یك درجه‌ای می‌باشد .
دستگاه شستگانی (ستینی) (Sexagesimal system) ــ دستگاه شمار قدیمی که پایهٔ آن عدد ۶۰ و مضربها و مقسوم علیه‌های آن می‌باشد .
دهدهی ←── اعشاری .
ربع (Quadrant) ــ یك چهارم دایره
زاویهٔ حاده (Acute angle) ــ زاویه‌ای است‌که از ۹۰° کمتر باشد ــ زاویهٔ تند .
زاویهٔ راس (Vertex angle) ــ زاویهٔ یك مثلث که روبروی قاعدهٔ آن واقع است ــ بلندترین نقطه .
زاویهٔ سمت (Bearing) ــ زاویه‌ای است که ما بین خط رؤیت یك‌شیء و خط امتداد مسیر کشتی (موازی باشاسی کشتی) تشکیل می‌شود .
زاویهٔ قائمه (Right angle) ــ زاویهٔ ۹۰° ــ زاویهٔ گوشهٔ یك مربع .
زاویهٔ مایل (Oblique angle) ــ زاویه‌ای‌که نه‌قائمه‌است و نه‌نیم‌صفحه
زاویهٔ منفرجه (Obtuse angle) ــ زاویه‌ای بزرگتر از ۹۰° ولی کوچکتر از ۱۸۰° .
زاویهٔ نیم‌صفحه (Straight angle) ــ زاویه‌ای که دو ضلع آن (در امتداد هم) روی یك خط واقع هستند ــ خط راست .
زوایای متمم (Camplementary angles) ــ دو زاویه‌ای که‌مجموعشان

۹۰° باشد .

زوایای مکمل (Supplementary angles)ـ دو زاویه‌ای که مجموعشان ۱۸۰° باشد (خط راست)

ستینی (Sexagesimal) ⟵ دستگاه شستگانی

سُدس ⟵ سکستان .

سکانت (قطر ظل) (Secant) ـ یك تابع مثلثاتی زاویه در مثلث قائم‌الزاویه که از تقسیم کردن وتر به‌ضلع مجاور زاویه حاصل می‌شود .

سکستان (سُدس) (Sextant) ـ آلتی مربوط به‌کشتیرانی برای اندازه‌گیری اشیاء سماوی در بالای افق یا برای اندازه‌گیری زاویهٔ بین دو شیء ـ کمانی که روی آن زوایا را اندازه می‌گیرند و یك ششم (سُدس) دایره است .

سمت ⟵ زاویهٔ سمت .

سمت‌الرأس (Zenith) ـ نقطه‌ای درآسمان که مستقیماً در بالای سرشما واقع است .

سهمی (Parabola) ـ یك نـوع منحنی که از قطع کردن یك مخروط مستدیر با صفحه‌ای به‌موازات مولد روبروی آن به‌دست می‌آید .

سینوس (جیب) (Sine) ـ درمثلث قائم‌الزاویه تابع مثلثاتی یك زاویه است که ازتقسیم کردن ضلع مقابل آن زاویه به‌وتر به‌دست می‌آید .

شستگانی ⟵ دستگاه شستگانی .

شعاع (Radius) ـ خطی که از مرکز دایره به‌محیط آن وصل شود ـ در بیضی خطی که از یکی از دو کانون به‌یك نقطه بیضی وصل شود **شعاع حامل** (Radius Vector) نامیده می‌شود .

طول جغرافیایی (Longitude) ـ زاویه‌ای که در قطب زمین ما بین نصف‌النهار یك مکان و نصف‌النهـار گرینویچ (انگلستـان) تشکیل می‌شود ـ نصف‌النهار گرینویچ توسط یك انجمن بین‌الملل که در ۱۸۸٤ در واشنگتن تشکیل یافت به‌عنوان نصف‌النهار مبدأ انتخاب شد .

ظل ⟵ تانژانت .

ظل تمام ⟵ کتانژانت .

عرض جغرافیایی (Latitude) ـ عرض نجومی عبارت از زاویه‌ای است که ما بین خط شاقولی وصفحهٔ استوا تشکیل می‌شود ـ این عرض ممکن است کمی با عرض جغرافیایی فرق داشته باشد و علت آن تأثیر نیروی ثقل (کوهها وغیره) است که ممکن است امتداد شاقولی را منحرف کند ـ عرض جغرافیایی عبارت از زاویه‌ای است که روی نصف‌النهار از مرکز زمین در شمال یا جنوب استوا اندازه گرفته می‌شود .

عمود ⟵ خطوط عمود برهم
قائم ـ ممتد از بالا به‌پایین ـ موازی با خط شاقولی
قوس ⟵ کمان .
کتانژانت (ظل‌تمام) (Cotangent) ـ تابع‌تمام تانژانت ـ عددی‌است که از تقسیم‌کردن ضلع مجاور زاویه به‌ضلع مقابل آن (در مثلث قائم‌الزاویه) به‌دست می‌آید .
کسکانت (قطر ظل تمام) (Cosecant) ـ در مثلث قائم‌الزاویه‌کسکانت تابعی است که ازتقسیم‌کردن وتر به‌ضلع‌مقابل زاویه حاصل می‌شود . کسکانت‌تابع تمام سکانت است .
کسینوس (جیب تمام) (Cosine) ـ تابع تمام سینوس . در مثلث قائم الزاویه کسینوس تابعی است‌که از تقسیم کردن ضلع مجاور زاویه به‌وتر حاصل می‌شود .
کمان (قوس) (Arc) ـ قسمتی از دایره .
مایل ⟵ زاویهٔ مایل
متساوی‌الاضلاع ⟵ مثلث متساوی‌الاضلاع .
متساوی‌الساقین ⟵ مثلث متساوی‌الساقین .
متمم ⟵ زوایای متمم .
مثلثات (Trigonometry)ـ رشته‌ای از ریاضیات‌که موضوع‌آن اندازه‌ـ گیری اضلاع و زوایای مثلث است .
مثلث قائم‌الزاویه (Right triangle)ـ مثلثی که یکی از زوایایش قائمه باشد .
مثلث غیرمشخص (Scalene triangle) ـ مثلثی که هیچیك ازاضلاعش با هم مساوی نباشند .
مثلث متساوی‌الاضلاع (Equilateral triangle) ـ مثلثی‌که سه ضلعش با هم مساوی باشند .
مثلث متساوی‌الساقین (Isosceles triangle) مثلثی‌که دوضلع آن باهم مساوی باشند .
محاط‌کردن (Inscribe) ـ در داخل شکلی رسم‌کردن .
محیط کردن (Circomscribe) ـ در حول شکل رسم‌کردن .
مقاطع مخروطی (Conic sections) ـ منحنی‌هایی‌که از قطع کردن (بریدن) یك مخروط مستدیر حاصل می‌شوند .
مکمل ⟵ زوایای مکمل .
موضع‌نما (Bench mark) ـ علامت یا نشانه‌ای که معمولاً با سنگ

ساخته می‌شود و برای نشان دادن موضع دقیق یك نقطه در نقشه‌برداری بـه‌کار می‌رود ــ یك موضع‌نمای سنگی در مدخل موزهٔ تاریخ طبیعی در نیویورك هست که روی آن اعداد زیر حك شده است :

« عرض ۱۷ر۴۷ ۴۶ ۴۰° طول ۰ر۴۸ ۵۸ ۷۳°+ »

نیمساز زاویه (Bisector) ــ خطی که یك زاویه را به‌دوقسمت متساوی تقسیم می‌کند .

نیم‌صفحه ←—— زاویهٔ نیم‌صفحه .

واحد نجومی (Astronamical unit) ــ فاصلهٔ‌متوسط‌زمین ازخورشید که تقریباً مساوی است با ۰۰۰ر۹۰۰ر۹۲ میل .

وتر (Hypotenuse) ــ درمثلث قائم‌الزاویه ضلع مقابل به‌زاویهٔ‌قائمه‌ـ بزرگترین ضلع .

by Shirkat-i Intishārāt-i ʿIlmī wa Farhangī
Printed at S.I.I.F. Printing House
Tihrān, Irān

TRIANGLES

by

Henry M. Neely

Translated into Persian

by

Abulḳasim Ḳūrbānī

Scientific & Cultural Publications Company

140

شاید شما ندانیدکه بدون «مثلثها» زندگی شما بسیارناراحت خواهـد بود! گذشته ازاین، شما درحل مثلثها متخصص هستید ودراین‌کار چنان تخصص داریدکه مدام، بدون اینکه دربارهٔ آن فکرکنید، آن را انجام می‌دهید. هنگامی‌که به‌چیزی نگاه می‌کنید سرگرم حل‌کردن مثلثها هستید!

اگر این گفته موجب تعجب شما می‌شود، حق داریدکه دلیل آن را بپرسید.

این‌کتاب به زبانی بسیارساده وروشن پاسخ شما را می‌دهد وآن را برشما ثابت می‌کند.

بهاء: ۳۰ تومان